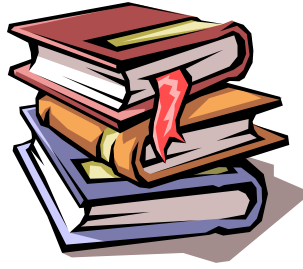


Thầy Võ Mạnh Cường

Luyện thi vào lớp 10

Điện thoại (Zalo) 0905304796



BỘ ĐỀ THI
VÀO LỚP 10 TỈNH ĐÀ NẴNG
TỪ NĂM 2009 ĐẾN 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{20} - \sqrt{5} - 2$

b) Cho biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)^2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B và so

sánh giá trị của B với 1.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Đường thẳng $y = -x + b$ với ($b > 0$) lần lượt cắt tia Ox, Oy tại E và F. Chứng minh rằng tam giác OEF vuông cân và tìm b để tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF là một điểm thuộc (P), với O là gốc tọa độ.

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Tổng của hai số bằng 23. Hai lần số này lớn hơn số kia 1 đơn vị. Tìm hai số đó.

b) Hai đội công nhân cùng dọn vệ sinh khu vực khán đài Lễ hội Pháo hoa quốc tế Đà Nẵng trong 1 giờ 12 phút thì xong. Nếu đội A làm 40 phút và đội B làm 2 giờ thì xong việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao lâu?

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 5 = 0(*)$, với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\sqrt{4x_1^2 + 4mx_1 + m^2} + \sqrt{x_2^2 + 4mx_2 + 4m^2} = 7m + 2.$$

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AC, BD (A khác B, D). Trên đoạn thẳng BC lấy điểm E (E khác B, C), đường thẳng ED cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

a) Chứng minh rằng $AB = CD$ và $\widehat{CFD} = \widehat{BCA}$.

b) Đường thẳng qua E, vuông góc với BC cắt tia AF tại G. Chứng minh rằng tứ giác CEF G nội tiếp và $CD \cdot EG = CB \cdot CE$.

c) Gọi H là giao điểm của tia GE và AD. Đường thẳng qua H, song song với AC cắt đường thẳng qua E, song song với FC tại K. Chứng minh rằng ba điểm G, C, K thẳng hàng.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: (2,0 điểm)

a) $A = \sqrt{4} + \sqrt{4.5} - \sqrt{5} - 2 = 2 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2 = \sqrt{5}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)^2} = \left[\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}-1}$

$$\Leftrightarrow B = \left[\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Để so sánh B với 1 ta biến đổi như sau $\Leftrightarrow B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} > 1$.

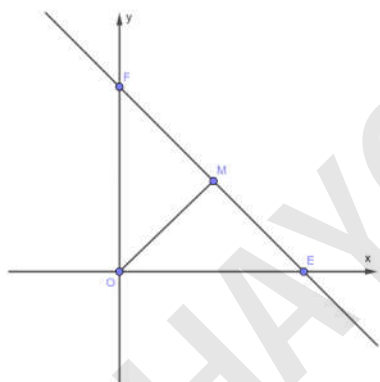
Vậy với mọi giá trị $x > 0, x \neq 1$.

Bài 2: (1,5 điểm)

a) (Học sinh tự vẽ)

b)

Gọi d là đường thẳng $y = -x + b$, với $b > 0$. Khi d cắt trục Ox, cho $y = 0$ ta được $0 = -x + b \Leftrightarrow x = b$. Vậy đường thẳng d cắt trục Ox tại điểm $E(b; 0)$.



Khi d cắt trục Oy, cho $x = 0$ ta được $y = b$, vậy đường thẳng d cắt trục Oy tại điểm $F(0; b)$. Như vậy ta có độ dài $OE = OF = b \Rightarrow \triangle OEF$ vuông cân tại O.

Gọi M là trung điểm của EF, do $\triangle OEF$ vuông cân tại O nên ta có $OM \perp EF$ và M chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF.

Gọi d' là đường thẳng đi qua O và vuông góc với d tại M, gọi α, α' lần lượt là hệ số góc của đường thẳng d và d' thì $\alpha = -1$, do $d \perp d' \Rightarrow \alpha \alpha' = -1 \Leftrightarrow -1 \cdot \alpha' = -1 \Leftrightarrow \alpha' = 1$. Vậy đường thẳng d' đi qua O có dạng $y = x + m$, do d' đi qua điểm $O(0; 0)$ nên ta có $0 = 0 + m \Leftrightarrow m = 0$. Vậy hàm số của đường thẳng d' là $y = x$. Để tìm tọa độ của M ta tìm giao điểm của d và d'. Xét phương trình hoành

độ giao điểm $x = -x + b \Leftrightarrow 2x = b \Leftrightarrow x = \frac{b}{2}$. Thế vào hàm d' được $y = \frac{b}{2}$. Vậy tọa độ điểm

$M\left(\frac{b}{2}; \frac{b}{2}\right)$. Để điểm M thuộc (P) thì tọa độ M phải thỏa mãn hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, thế vào ta được

$$\frac{b}{2} = \frac{\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2} \Leftrightarrow b = \frac{b^2}{4} \Leftrightarrow 1 = \frac{b}{4} \Leftrightarrow b = 4.$$

Vậy $b = 4$ thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OEF thuộc (P)

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Gọi hai số cần tìm lần lượt là a và b

Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} a + b = 23 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 15 \end{cases}$$

Vậy hai số cần tìm là 8 và 15

b) Đổi đơn vị : 1 giờ 12 phút = $\frac{6}{5}$ (giờ); 40 phút = $\frac{2}{3}$ (giờ)

Gọi x, y lần lượt là thời gian mà đội A và đội B làm riêng hoàn thành công việc. Khi đó năng suất

làm việc của đội A, đội B lần lượt là $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$

Điều kiện $x, y > \frac{6}{5}$

Hai đội làm trong $\frac{6}{5}$ giờ thì hoàn thành công việc, ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$

Đội A làm trong $\frac{2}{3}$ giờ và đội B làm trong 2 giờ thì xong công việc, ta có phương trình

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 2$ (TMĐK) và $y = 3$ (TMĐK)

Vậy khi làm riêng, đội A cần 2 giờ để hoàn thành công việc và đội B cần 3 giờ để hoàn thành công việc.

Bài 4. (1,5 điểm)

a) Với $m = 1$, ta có phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$

Giải phương trình, thu được nghiệm kép $x_1 = x_2 = 2$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

b) Với phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 5 = 0$ (*)

$$\text{Xét } \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 2m + 5) = 4m - 4$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện bài toán thì điều kiện cần là $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Mặt khác, theo định lý Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m + 5 = (m-1)^2 + 4 > 0 \end{cases}$$

Suy ra, với $m > 1$ thì phương trình (*) luôn có 2 nghiệm dương phân biệt
Ta có:

$$\sqrt{4x_1^2 + 4mx_1 + m^2} + \sqrt{x_2^2 + 4mx_2 + 4m^2} = 7m + 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x_1 + m)^2} + \sqrt{(x_2 + 2m)^2} = 7m + 2$$

$$\Leftrightarrow |2x_1 + m| + |x_2 + 2m| = 7m + 2$$

Vì $m > 1$ và x_1, x_2 là 2 nghiệm dương, nên ta có

$$\Leftrightarrow 2x_1 + m + x_2 + 2m = 7m + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x_1 + x_2 = 4m + 2$$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ 2x_1 + x_2 = 4m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2m \end{cases}$, thay x_1 và x_2 vào phương trình vào tích

$$x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m + 5, \text{ ta được } 4m = m^2 - 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(l) \\ m = 5 \end{cases}$$

Vậy $m = 5$ thì phương trình (*) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 5. (3,5 điểm)

a) Do AC, BD là đường kính của (O) nên ta có

$OA = OB = OC = OD$, với R là bán kính đường tròn (O).

Tứ giác ABCD có đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên ABCD là hình bình hành

$$\Rightarrow AB = CD$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

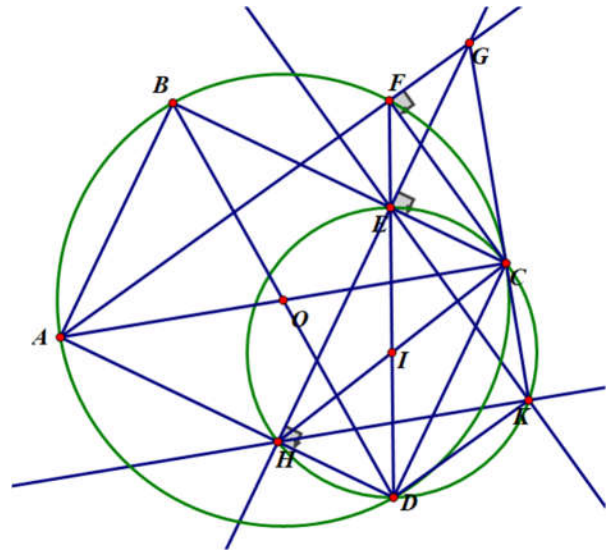
Lại có $\widehat{CFD} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{CD}$ (t/c góc nội tiếp)

$$\widehat{BCA} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB} \text{ (t/c góc nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CFD} = \widehat{BCA}$$

b) Điểm F thuộc (O) nên $\widehat{CFA} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{CFG} = 90^\circ$

Theo cách dựng, ta cũng có $\widehat{CEG} = 90^\circ$



Tứ giác CEF \widehat{G} có $\widehat{CFG} = \widehat{CEG} = 90^0$, cùng nhìn cạnh CG

=> Tứ giác CEF \widehat{G} nội tiếp

=> $\widehat{CGE} = \widehat{CFE}$ (cùng nhìn cạnh EC)

Xét tam giác CBD và tam giác EGC, có $\widehat{CEG} = \widehat{BCD} = 90^0$

Vì $\widehat{CFD} = \widehat{CBD}$ (cùng chắn cung CD), mà $\widehat{CGE} = \widehat{CFE}$ (cmt)

Nên $\widehat{CGE} = \widehat{CBD}$

=> tam giác CBD đồng dạng tam giác EGC

=> $\frac{CB}{CD} = \frac{EG}{EC} \Leftrightarrow CB \cdot CE = CD \cdot EG$ (đpcm)

c) Xét tứ giác nội tiếp CEF \widehat{G} , ta có $\widehat{GCE} = \widehat{AFD}$ (cùng bù \widehat{GFE})

Lại có: $\widehat{BCA} + \widehat{AFD} = \frac{1}{2}sd\widehat{AB} + \frac{1}{2}sd\widehat{AD} = \frac{1}{2}sd\widehat{BD} = 90^0$

=> $\widehat{GCE} + \widehat{BCA} = \widehat{GCA} = 90^0$

=> $GC \perp AC$ (1)

Gọi I là giao điểm của ED và HC

Ta có, ABCD là hình bình hành (cmt) => $AD \parallel BC$, mà $GH \perp BC$ (gt) => $GH \perp AD$

Lại có điểm C thuộc đường tròn (O), nên $\widehat{BCD} = 90^0$

=> Tứ giác ECDH là hình chữ nhật, nội tiếp đường tròn tâm I. (2)

Theo cách dựng, ta có $HK \parallel AC$ và $EK \parallel FC$, suy ra $\widehat{EKH} = \widehat{FCA}$ (đồng vị)

Mà $\widehat{FCA} = \widehat{FDA}$ (cùng chắn cung AF)

=> $\widehat{EKH} = \widehat{FDA}$

Tứ giác EKDH, có $\widehat{EKH} = \widehat{EDH}$ (cmt) cùng nhìn cạnh EH nên EKDH là tứ giác nội tiếp. (3)

Từ (2), (3): Các điểm E, K, C, D, H cùng thuộc đường tròn tâm I, đường kính HC

=> $\widehat{CKH} = 90^0$

=> $CK \perp HK$, mà $HK \parallel AC$

=> $CK \perp AC$ (4)

Từ (1) và (4), suy ra 3 điểm G, C, K thẳng hàng.

Bài 1. (2,0 điểm)

a. Tính $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$.

b. Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \frac{x+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$

a. Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b. Tìm tọa độ các giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính diện tích tam giác OAB , với O là gốc tọa độ và đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét.

Bài 3. (1,5 điểm)

a. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

b. Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Nhưng sau khi đi được 2 giờ thì xe bị hỏng nên phải dừng lại 20 phút để sửa chữa. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 8 km/h. Tính vận tốc ban đầu của xe máy, biết rằng quãng đường AB dài 160 km.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0$ (*), với m là tham số.

a. Giải phương trình (*) khi $m = 0$.

b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$.

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ.

a. Chứng minh rằng các tứ giác $AEHF$ và $BFEC$ nội tiếp.

b. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC . Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$.

c. Gọi P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M, N đến đường thẳng DF . Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE và MN .

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,0 điểm)

a. Tính $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$.

b. Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \frac{x+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Lời giải

a. Ta có: $A = \sqrt{9} + \sqrt{16} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$

$$A = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2^2 \cdot 2}$$

$$A = 3 + 4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 7$$

b. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$, ta có:

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \frac{x+1}{x-1}$$

$$B = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})} + \frac{\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})} \right] : \frac{x+1}{x-1}$$

$$B = \frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})} \cdot \frac{x-1}{x+1}$$

$$B = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} = 1$$

Vậy $B = 1$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính diện tích tam giác OAB , với O là gốc tọa độ và đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet.

Lời giải

a) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$

* Đồ thị hàm số $y = -x^2$:

Hệ số $a = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số $y = -x^2$ là parabol có bề lõm quay xuống dưới.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Suy ra parabol $y = -x^2$ đi qua các điểm $(-2;-4)$, $(-1;-1)$, $(0;0)$, $(1;-1)$, $(2;-4)$.

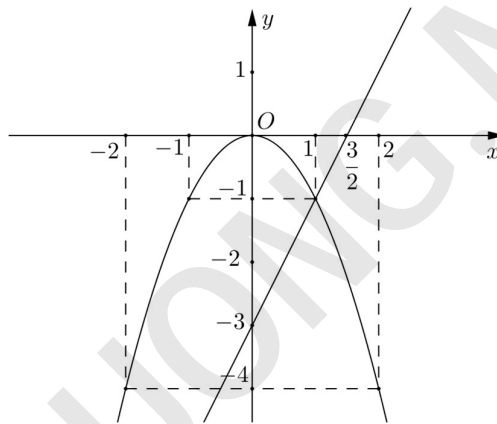
* Đồ thị hàm số $y = 2x - 3$:

Bảng giá trị:

x	0	$\frac{3}{2}$
$y = 2x - 3$	-3	0

Suy ra đồ thị hàm số $y = 2x - 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;-3)$ và $(\frac{3}{2};0)$.

* Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$:

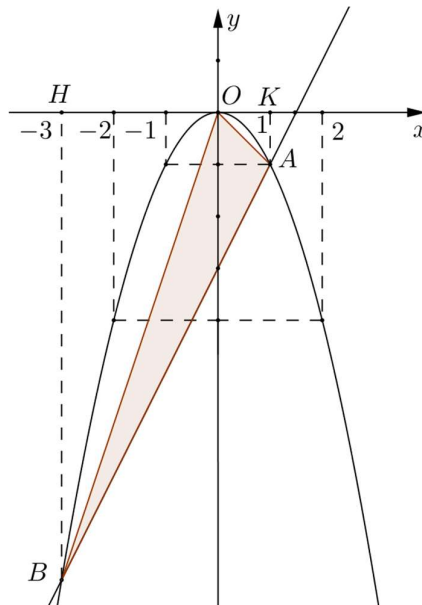


b) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$ là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -3.$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$; $x = -3 \Rightarrow y = -9$. Do đó 2 giao điểm là $A(1;-1)$, $B(-3;-9)$.

Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A , B trên trục Ox .



Ta có $S_{\Delta OAB} = S_{AKHB} - S_{\Delta OAK} - S_{\Delta OHB}$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{AK + HB}{2} \cdot KH - \frac{1}{2} AK \cdot OK - \frac{1}{2} OH \cdot HB$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1+9}{2} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích tam giác OAB bằng 6 cm^2 .

Bài 3. (1,5 điểm)

a. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

b. Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Nhưng sau khi đi được 2 giờ thì xe bị hỏng nên phải dừng lại 20 phút để sửa chữa. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 8 km/h. Tính vận tốc ban đầu của xe máy, biết rằng quãng đường AB dài 160 km.

Lời giải

a.
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; -1)$.

b. Đòi: 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ.

Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của xe máy (điều kiện $x > 0$).

Thời gian dự định đi từ A đến B là: $\frac{160}{x}$ (giờ).

Trong 2 giờ đầu người đó đi được $2x$ (km). Quãng đường còn lại là $160 - 2x$ (km).

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 2 + \frac{1}{3} + \frac{160 - 2x}{x + 8} &= \frac{160}{x} \\ \Leftrightarrow \frac{7}{3} + \frac{160 - 2x}{x + 8} &= \frac{160}{x} \\ \Leftrightarrow \frac{7x(x + 8)}{3x(x + 8)} + \frac{3x(160 - 2x)}{3x(x + 8)} &= \frac{160 \cdot 3 \cdot (x + 8)}{3x(x + 8)} \\ \Rightarrow 7x^2 + 56x + 480x - 6x^2 &= 480x + 3840 \\ \Leftrightarrow x^2 + 56x - 3840 &= 0 \end{aligned}$$

Ta có: $\Delta' = 28^2 - 1 \cdot (-3840) = 4624 > 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-28 + \sqrt{4624}}{1} = 40 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$x_1 = \frac{-28 - \sqrt{4624}}{1} = -96 \text{ (loại)}.$$

Vậy vận tốc ban đầu của xe máy là 40 km/h.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0$ (*), với m là tham số.

a. Giải phương trình (*) khi $m = 0$.

b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$.

Lời giải

Phương trình: $x^2 - 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0$ (*), với m là tham số

a. Thay $m = 0$ vào phương trình (*), ta được: $x^2 - 2x - 3 = 0$ (**)

Ta có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$

\Rightarrow Phương trình (**) có hai nghiệm là: $x_1 = -1; x_2 = -\frac{(-3)}{1} = 3$

Vậy với $m = 0$ thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -1; x_2 = 3$.

b. Vì $a.c = -m^2 - 3 < 0$ với mọi $m \Rightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

$$\text{Hệ thức Vi-et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 3 \end{cases}$$

Vì $x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 3 < 0$ nên x_1, x_2 trái dấu $\Rightarrow (x_2 - 2x_1); (x_1 - 2x_2)$ trái dấu.

Mặt khác $(x_1 + x_2 - 6)^2 \geq 0; (x_1 x_2 + 7)^2 \geq 0$ với mọi x_1, x_2

$$\text{Do đó: } (x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2 - 6)^2 = (x_1 x_2 + 7)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m + 2 - 6)^2 = (-m^2 - 3 + 7)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m - 4)^2 = (m^2 - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 + x_2 - 6)^2 (x_2 - 2x_1) = (x_1 x_2 + 7)^2 (x_1 - 2x_2).$$

Bài 5. (3,5 điểm)

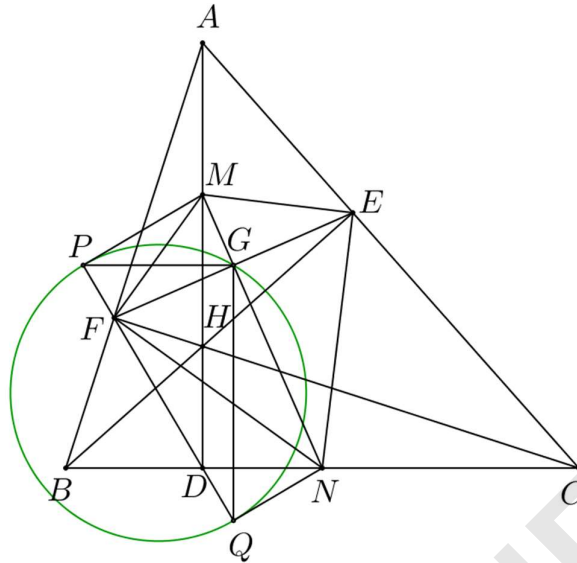
Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ.

a) Chứng minh rằng các tứ giác $AEHF$ và $BFEC$ nội tiếp.

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn AH, BC . Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$.

c) Gọi P, Q lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M, N đến đường thẳng DF . Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE và MN .

Lời giải:



a) Chứng minh rằng các tứ giác $AEHF$ và $BFEC$ nội tiếp

* Xét tứ giác $AEHF$ có $\widehat{AFH} = 90^\circ$ (do $CF \perp AB$), $\widehat{AEH} = 90^\circ$ (do $BE \perp AC$).

Suy ra $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 180^\circ$, mà \widehat{AFH} và \widehat{AEH} ở vị trí đối nhau nên tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

* Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BFC} = 90^\circ$ (do $CF \perp AB$), $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (do $BE \perp AC$).

Suy ra 2 góc \widehat{BFC} và \widehat{BEC} cùng nhìn đoạn thẳng BC dưới 1 góc bằng nhau nên tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn AH, BC . Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$.

Tam giác BFC vuông tại F có FN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow FN = \frac{BC}{2} \quad (1).$$

Tam giác BEC vuông tại E có EN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow EN = \frac{BC}{2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $FN = EN$ (*).

Tam giác AHF vuông tại F có FM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH

$$\Rightarrow FM = \frac{AH}{2} \quad (3).$$

Tam giác AEH vuông tại E có EM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH

$$\Rightarrow EM = \frac{AH}{2} \quad (4).$$

Từ (3) và (4) suy ra $FM = EM$ (**).

Từ (*) và (**) ta có MN là đường trung trực của EF .

Gọi G là giao điểm của MN và EF .

Tam giác FME có MG là đường cao đồng thời là đường trung tuyến.

Suy ra FME cân tại M có MG là đường phân giác $\widehat{FMG} = \frac{1}{2} \widehat{FME}$ (5).

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ có $\widehat{FAE} = \frac{1}{2}\widehat{FME}$ (góc nội tiếp bằng một nửa góc ở tâm chắn cung EF) (6).

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{FAE} = \widehat{FMG}$ hay $\widehat{FAC} = \widehat{FMN}$.

Lại có $FM = MH = \frac{1}{2}AH$ nên tam giác FMH cân tại $M \Rightarrow \widehat{MHF} = \widehat{MFH} = \widehat{DHC}$.

Mặt khác $FN = NC = \frac{1}{2}BC$ nên tam giác FNC cân tại $N \Rightarrow \widehat{NFC} = \widehat{NCF}$.

Mà $\widehat{NCF} + \widehat{HDC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{NFC} + \widehat{MFH} = \widehat{MFN} = 90^\circ$.

Xét tam giác $\triangle FMN$ và $\triangle FAC$ có $\widehat{FMN} = \widehat{FAC}$, $\widehat{MFN} = \widehat{AFC} = 90^\circ$.

Suy ra $\triangle FMN \sim \triangle FAC \Rightarrow \frac{FM}{FA} = \frac{FN}{FC} \Rightarrow FM \cdot FC = FN \cdot FA$ (đpcm).

c) Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE và MN .

Vì $MN \perp EF$ tại G nên $\widehat{MGF} = 90^\circ$.

Ta có $MP \perp PQ$ tại P nên $\widehat{MPF} = 90^\circ$.

Tứ giác $MPFG$ có $\widehat{MGF} + \widehat{MPF} = 180^\circ$, mà 2 góc này đối nhau $\Rightarrow MPFG$ là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{MGP} = \widehat{MFP}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MP).

Vì $MN \perp EF$ tại G nên $\widehat{NGF} = 90^\circ$.

Ta có $NQ \perp PQ$ tại Q nên $\widehat{NQF} = 90^\circ$.

Tứ giác $NQFG$ có $\widehat{NGF} + \widehat{NQF} = 180^\circ$, mà 2 góc này đối nhau $\Rightarrow NQFG$ là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{NGQ} = \widehat{NFQ}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NQ).

$\Rightarrow \widehat{MGP} + \widehat{NGQ} = \widehat{MFP} + \widehat{NFQ}$.

Mà $\widehat{MFN} = 90^\circ$ nên $\widehat{MFP} + \widehat{NFQ} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MGP} + \widehat{NGQ} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{PGQ} = 90^\circ \Rightarrow G$ thuộc đường tròn đường kính PQ .

Vậy đường tròn đường kính PQ đi qua giao điểm của FE và MN .

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

2) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$.

Rút gọn B và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < -\sqrt{x}$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = kx - 2k + 4$.

a) Vẽ đồ thị (P) . Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm $C(2;4)$.

b) Gọi H là hình chiếu của điểm $B(-4;4)$ trên (d) . Chứng minh rằng khi k thay đổi ($k \neq 0$) thì diện tích tam giác HBC không vượt quá $9cm^2$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 4(m-1)x - 12 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$.

Bài 4. (1,5 điểm)

1) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.

2) Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS-COV-2 cho 12000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 1000 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành sớm hơn kế hoạch là 16 giờ. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này phải xét nghiệm trong thời gian bao nhiêu giờ?

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, các đường cao BD, CE ($D \in AC, E \in AB$) cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp.

b) Gọi M là trung điểm của BC . Đường tròn đường kính AH cắt AM tại điểm G (G khác A). Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AG \cdot AM$.

c) Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại K . Chứng minh rằng $\widehat{MAC} = \widehat{GCM}$ và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với đường thẳng KG .

===== **Hết** =====

Hướng dẫn giải:

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

2) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$.

Rút gọn B và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < -\sqrt{x}$.

Lời giải

1) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

Ta có: $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{2^2} + \sqrt{3 \cdot 12} = 2 + \sqrt{36} = 2 + 6 = 8$.

2) Với $x > 0; x \neq 4$.

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$$

$$B = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{x-2\sqrt{x}-x-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x}$$

$$B = \frac{-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x} = \frac{-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy với $x > 0; x \neq 4$ thì $B = \frac{-2}{\sqrt{x}}$.

Xét $B < -\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{-2}{\sqrt{x}} < -\sqrt{x} \Leftrightarrow -2 < -x \Leftrightarrow x < 2$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ và $x > 0; x \neq 4$ nên $x = 1$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = kx - 2k + 4$.

a) Vẽ đồ thị (P) . Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm $C(2;4)$.

b) Gọi H là hình chiếu của điểm $B(-4;4)$ trên (d) . Chứng minh rằng khi k thay đổi ($k \neq 0$) thì diện tích tam giác HBC không vượt quá 9cm^2 (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

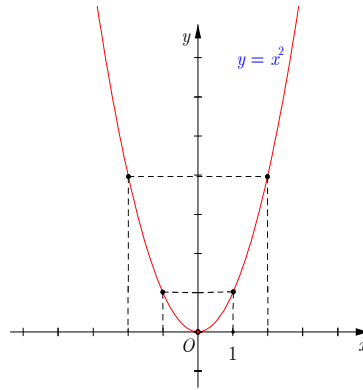
Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P) . Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm $C(2;4)$.

* Vẽ đồ thị (P)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Vậy đồ thị (P) là parabol đi qua các điểm $(-2;4), (-1;2), (0;0), (1;1), (2;4)$.



* Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm $C(2;4)$.

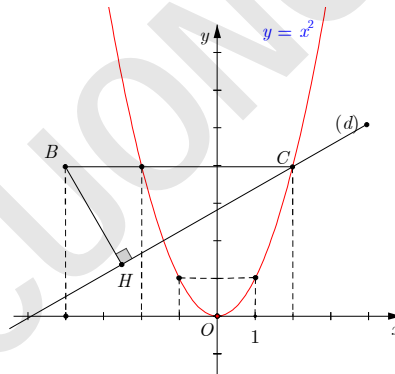
Giả sử $C \in (d) \Leftrightarrow y_C = k.x_C - 2k + 4$

$$\Leftrightarrow 4 = k.2 - 2k + 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4 \text{ (đúng)}$$

Vậy (d) luôn đi qua điểm $C(2;4)$.

b)



Ta có: H là hình chiếu của điểm $B(-4;4)$ trên $(d) \Rightarrow BH \perp HC$ (vì $C \in (d)$)

$\Rightarrow \Delta HBC$ vuông tại $H \Rightarrow BC^2 = BH^2 + HC^2$ (định lý pytago)

Có: $S_{BHC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HC$

Áp dụng bất đẳng thức $a.b \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$, ta được:

$$S_{BHC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HC \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{BH^2 + CH^2}{2} = \frac{BC^2}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mà } BC = |x_C - x_B| = |2 - (-4)| = |6| = 6 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được: $S_{BHC} \leq 9 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} BH = HC \\ BH^2 + HC^2 = BC^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow BH = HC = 3\sqrt{2}$

Vậy khi k thay đổi ($k \neq 0$) thì diện tích tam giác HBC không vượt quá 9cm^2

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 4(m-1)x - 12 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$.

Lời giải

a) Với $m = 2$ thì phương trình (*) trở thành: $x^2 + 4x - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 2x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+6) - 2(x+6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+6=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình (*) có tập nghiệm là $S = \{-6; 2\}$.

b) Phương trình (*) có $a.c = 1.(-12) = -12 < 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4m + 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases} \quad (1)$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình (*) nên ta có: $x_2^2 + 4(m-1)x_2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x_2^2 + 4mx_2 - 4x_2 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 + 4(mx_2 - 4) - 4x_2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(4 - mx_2) = x_2^2 - 4x_2 + 4$$

$$\Leftrightarrow 4(4 - mx_2) = (x_2 - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4 - mx_2} = \sqrt{(x_2 - 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4 - mx_2} = |x_2 - 2| \quad (2)$$

Mà theo bài có: $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$ (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta được: $2 \cdot |x_1 - 2| \cdot |x_2 - 2| = [-4m + 4 + 12 - 8]^2$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4| = (8 - 4m)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |-12 - 2(-4m + 4) + 4| = 64 - 64m + 16m^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |-16 + 8m| = 16(m^2 - 4m + 4)$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot |m - 2| = 16(m - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow |m - 2| = (m - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 = (m - 2)^4$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^4 - (m-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 \cdot [(m-2)^2 - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 = 0 \\ (m-2)^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 0 \\ (m-2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 0 \\ m-2 = 1 \\ m-2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{1; 2; 3\}$

Bài 4. (1,5 điểm)

- 1) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.
 2) Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS-COV-2 cho 12000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 1000 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành sớm hơn kế hoạch là 16 giờ. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này phải xét nghiệm trong thời gian bao nhiêu giờ?

Lời giải

1) Gọi số lớn là x ($x > 15, x \in \mathbb{N}$), số bé là y ($y \in \mathbb{N}$).

Tổng của hai số là 2021 nên ta có phương trình: $x + y = 2021$ (1)

Hiệu của số lớn và số bé bằng 15 nên ta có phương trình: $x - y = 15$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 2021 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2036 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1018(t/m) \\ y = 1003(t/m) \end{cases}$

Vậy số lớn là 1018, số bé là 1003.

2) Gọi số người được xét nghiệm trong một giờ theo dự định là x (người) ($x < 12000, x \in \mathbb{N}^*$)

Theo kế hoạch, thời gian để địa phương đó xét nghiệm hết 12000 người là $\frac{12000}{x}$ (giờ)

Thực tế, số người được xét nghiệm trong một giờ là $x + 1000$ (người)

Thực tế, thời gian địa phương đó xét nghiệm hết 12000 người là $\frac{12000}{x+1000}$ (giờ)

Do địa phương hoàn thành kế hoạch sớm hơn 16 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{12000}{x} - \frac{12000}{x+1000} = 16$$

$$\Rightarrow 12000(x+1000) - 12000x = 16x(x+1000)$$

$$\Leftrightarrow 12000x + 12000000 - 12000x = 16x^2 + 16000x$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 + 16000x - 12000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1000x - 750000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1500x - 500x - 750000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1500) - 500(x+1500) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1500)(x-500) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1500 = 0 \\ x-500 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1500(\text{không thỏa } m \cdot n) \\ x = 500(\text{thỏa } m \cdot n) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, địa phương này cần $\frac{12000}{500} = 24$ (giờ) để xét nghiệm xong.

Bài 5. (3,5 điểm)

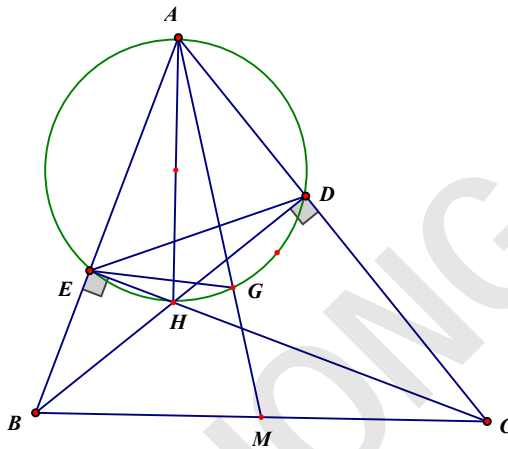
Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, các đường cao $BD, CE (D \in AC, E \in AB)$ cắt nhau tại H .

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEDC$ nội tiếp.

b) Gọi M là trung điểm của BC . Đường tròn đường kính AH cắt AM tại điểm $G (G \text{ khác } A)$. Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AG \cdot AM$.

c) Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại K . Chứng minh rằng $\widehat{MAC} = \widehat{GCM}$ và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với đường thẳng KG .

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BEDC$ nội tiếp.

Xét tứ giác $BEDC$ có:

$$\widehat{BDC} = 90^\circ \text{ (BD là đường cao)}$$

$$\widehat{BEC} = 90^\circ \text{ (CE là đường cao)}$$

$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$, mà hai góc này kề nhau cùng nhìn đoạn BC một góc bằng 90° .

$\Rightarrow BEDC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AG \cdot AM$.

Xét tứ giác $AEHD$ có:

$$\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối nhau.

$\Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AH .

$$\Rightarrow \widehat{AGE} = \widehat{ADE} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{AE}) \quad (1)$$

$$\text{Ta có: tứ giác } BEDC \text{ nội tiếp (cmt)} \Rightarrow \widehat{EBC} = \widehat{ADE} \text{ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \widehat{AGE} = \widehat{EBC} \text{ hay } \widehat{AGE} = \widehat{ABM}$$

Xét $\triangle AGE$ và $\triangle ABM$ có:

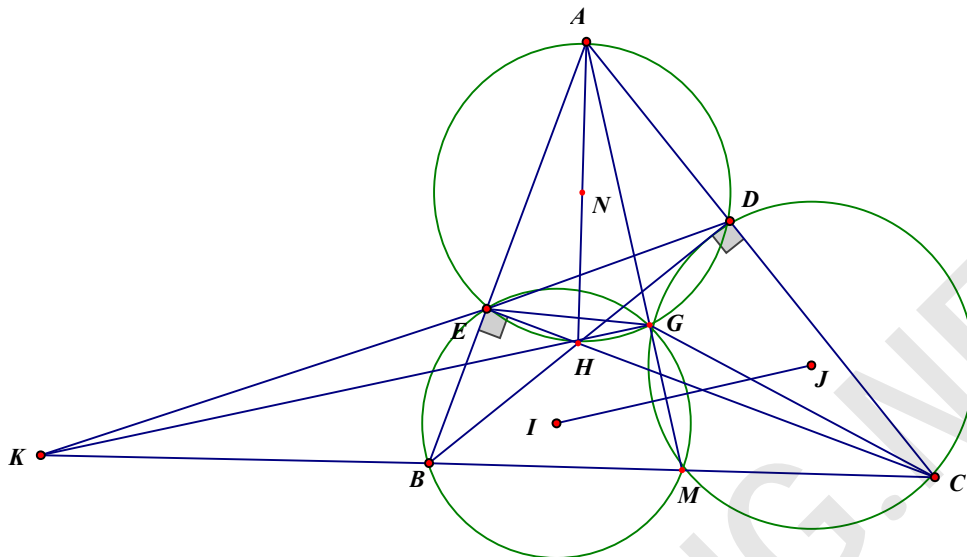
\hat{A} chung

$$\widehat{AGE} = \widehat{ABM} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AGE \sim \triangle ABM \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AE \cdot AB = AG \cdot AM \text{ (đpcm)}$$

c)



Xét đường tròn đường kính AH có: $\widehat{AGD} = \widehat{AED}$ (góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AD})

Mà $\widehat{AED} = \widehat{DCB}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác $BEDC$)

$$\Rightarrow \widehat{AGD} = \widehat{ACB} = \widehat{DCM}$$

Lại có: $\widehat{AGD} + \widehat{DGM} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{DGM} + \widehat{DCM} = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow GDCM$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{MGC} = \widehat{MDC} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MC \text{)} \quad (1)$$

Lại có: $DM = \frac{1}{2}BC = MC$ (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông) $\Rightarrow \triangle MCD$ cân tại M .

$$\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{MCD} \text{ (hai góc ở đáy của tam giác cân)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \widehat{MGC} = \widehat{MCD} \text{ hay } \Rightarrow \widehat{MGC} = \widehat{MCA}$$

Xét $\triangle GCM$ và $\triangle CAM$ có:

\widehat{AMC} chung

$$\widehat{MGC} = \widehat{MCA} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle GCM \sim \triangle CAM \text{ (g- g)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{GCM} \text{ (hai góc tương ứng) (đpcm)}$$

Ta có: $\widehat{AGE} = \widehat{ABM}$ (cmb) hay $\widehat{AGE} = \widehat{EBM}$

Mà: $\widehat{AGE} + \widehat{EGM} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{EBM} + \widehat{EGM} = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow EBG M$ là tứ giác nội tiếp (**)

Ta có hai tứ giác $EBGM, GDCM$ là các tứ giác nội tiếp \Rightarrow Đường nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD là đường nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác $EBGM, GDCM$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EBGM$, J là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $GDCM$
 Mà giao của hai tứ giác $EBGM, GDCM$ là GM

$$\Rightarrow IJ \perp GM \quad (*)$$

$$\text{Gọi } \{F\} = AH \cap BC \Rightarrow AF \perp BC \Rightarrow \widehat{AFB} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ADFB$ có: $\widehat{AFB} = \widehat{BDA} = 90^\circ$, mà hai góc này ở vị trí kề nhau
 $\Rightarrow ADFB$ là tứ giác nội tiếp.

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{DFM} \quad (\text{góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp}) \quad (3)$$

$$\text{Mà } \widehat{EDH} = \widehat{EAH} \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } EH) \quad (4)$$

Lại có: $DM = \frac{1}{2}BC = BM$ (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông) $\Rightarrow \triangle MBD$ cân tại M .

$$\Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{DBM} \quad \text{hay} \Rightarrow \widehat{HDM} = \widehat{DBM}$$

$$\text{Mà } \widehat{DBM} = \widehat{HAD} \quad (\text{cùng phụ với } \widehat{ACB})$$

$$\Rightarrow \widehat{HDM} = \widehat{HAD} \quad (5)$$

$$\text{Từ (3), (4), (5)} \Rightarrow \widehat{EDM} = \widehat{EDH} + \widehat{HDM} = \widehat{EAH} + \widehat{HAD} = \widehat{BAC} = \widehat{DFM} = \widehat{KDM}$$

Xét $\triangle FDM$ và $\triangle DKM$ có:

$$\widehat{KMD} \text{ chung;}$$

$$\widehat{DFM} = \widehat{KDM} \quad (\text{Cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle FDM \sim \triangle DKM \quad (\text{g - g}) \Rightarrow \frac{MD}{KM} = \frac{FM}{MD} \Rightarrow MD^2 = FM \cdot KM$$

$$\text{Có: } \triangle GCM \sim \triangle CAM \quad (\text{cmt}) \Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{GM}{MC} \Rightarrow MC^2 = MG \cdot MA$$

$$\text{Mà } MD = MC \quad (\text{cmt}) \Rightarrow FM \cdot KM = MG \cdot MA \Rightarrow \frac{FM}{GM} = \frac{MA}{MK}$$

$$\Rightarrow \triangle FGM \sim \triangle AKM \quad (\text{c-g-c}) \Rightarrow \widehat{FGM} = \widehat{AKM} \quad (\text{hai góc tương ứng})$$

$\Rightarrow AGFK$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong của đỉnh đối diện).

$$\Rightarrow \widehat{AFK} = \widehat{AGK} = 90^\circ \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AK)$$

$$\Rightarrow KG \perp AG \quad \text{hay} \quad KG \perp GM \quad (**)$$

$$\text{Từ } (*), (**)\Rightarrow IJ \parallel KG$$

Vậy đường tròn nội tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với KG .

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

b) Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 4$.

Rút gọn B và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < -\sqrt{x}$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = kx - 2k + 4$.

a) Vẽ đồ thị (P). Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm $C(2; 4)$.

b) Gọi H là hình chiếu của điểm $B(-4; 4)$ trên (d). Chứng minh rằng khi k thay đổi ($k \neq 0$) thì diện tích tam giác HBC không vượt quá 9 cm^2 (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 4(m-1)x - 12 = 0$ (*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = 2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $4|x_1 - 2|\sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$.

Bài 4. (1,5 điểm)

a) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.

b) Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS-CoV-2 cho 12000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 1000 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành sớm hơn kế hoạch là 16 giờ. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này phải xét nghiệm trong thời gian bao nhiêu giờ?

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$, các đường cao BD, CE ($D \in AC, E \in AB$) cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng tứ giác BEDC nội tiếp.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường tròn đường kính AH cắt AM tại điểm G (G khác A). Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AG \cdot AM$.

c) Hai đường thẳng DE và BC cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $\widehat{MAC} = \widehat{GCM}$ và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác MBE, MCD song song với đường thẳng KG.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh	Số báo danh	Phòng thi số
Trần Nguyễn Bảo Ngọc	11.1336	056

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ ($x > 0$, $x \neq 1$). Rút gọn biểu thức B và

tìm x để $B = 2$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục là xentimet)

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó là 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10km/h , vận tốc lúc xuống dốc là 15km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về là như nhau). Tính quãng đường AB

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB ($H \in AB$) và E là giao điểm của CH với AD

a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE.AD + BH.BA$

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng:

$\widehat{CDF} = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36} \\ &= \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 6 = -6 \\ &\Rightarrow A = -6 \end{aligned}$$

b) Rút gọn B

Với $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1+3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Đề } B = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

Vậy đề $B = 2$ thì $x = 4$

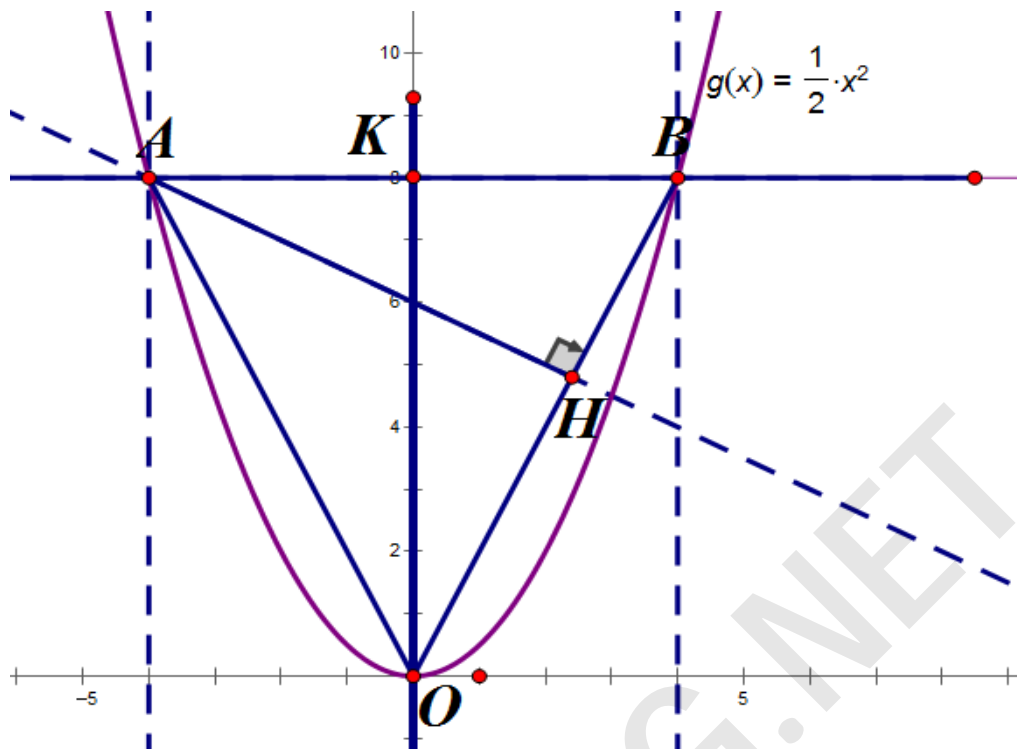
Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P)

b) Tính diện tích tam giác AHB

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = 8$ ta có:

$$\frac{1}{2}x^2 = 8 \Leftrightarrow x = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow A(-4;8) \\ x = -4 \Rightarrow B(4;8) \end{cases} \text{ (do B có hoành độ dương)}$$



Gọi K là giao điểm của đường thẳng $y = 8$ với trục tung $\Rightarrow K(0;8)$

Ta có: $\triangle AOB$ cân tại O , có $OK \perp AB, OK = 8\text{cm}, AB = 8\text{cm}$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OK \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32(\text{cm}^2)$$

Áp dụng định lý Pytago cho $\triangle OBK$ vuông tại K ta có:

$$OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\text{Lại có: } S_{OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot 4\sqrt{5} = 32 \Leftrightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABH$ vuông tại H ta có:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow S_{ABH} = \frac{1}{2} AH \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{64}{5} = 12,8(\text{cm}^2)$$

Vậy diện tích tam giác ABH là $12,8\text{cm}^2$

Bài 3.

a) Giải phương trình : $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Phương trình có : $\Delta = 7^2 - 4.3.2 = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{25}}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{25}}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{3}; 2 \right\}$

b) Tính giá trị biểu thức

Xét phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có $\Delta = 19^2 - 4.7 = 333 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 19 \\ x_1 x_2 = 7 \end{cases}$

Ta có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho $\Rightarrow \begin{cases} x_1^2 - 19x_1 + 7 = 0 \\ x_2^2 - 19x_2 + 7 = 0 \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} P &= x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120 \\ &= x_2 \left[2(x_1^2 - 19x_1 + 7) - 14 + x_1x_2 - 3 \right]^2 + x_1 \left[2(x_2^2 - 19x_2 + 7) - 14 + x_1x_2 - 3 \right]^2 \\ &= x_2(x_1x_2 - 17)^2 + x_1(x_1x_2 - 17)^2 = (x_1x_2 - 17)^2(x_1 + x_2) = (7 - 17)^2 \cdot 19 = 1900 \end{aligned}$$

Bài 4.

a) Tìm số tự nhiên đó.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $x (x \in \mathbb{N})$, Bình phương của số tự nhiên x là x^2

Vì số tự nhiên cần tìm nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị nên ta có phương trình:

$$x^2 - x = 20 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -4(ktm) \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 5

b) Tính quãng đường AB

Gọi quãng đường lên dốc lúc đi là $x(km)$, quãng đường xuống dốc lúc đi là $y(km)$

(DK : $x, y > 0$)

Suy ra Quãng đường lên dốc lúc về là $y(km)$, xuống dốc lúc về là $x(km)$

Thời gian lúc đi là 16 phút $= \frac{4}{15}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{4}{15} \Leftrightarrow 3x + 2y = 8(1)$$

Thời gian lúc về là 14 phút $= \frac{7}{30}$ (giờ) nên ta có phương trình:

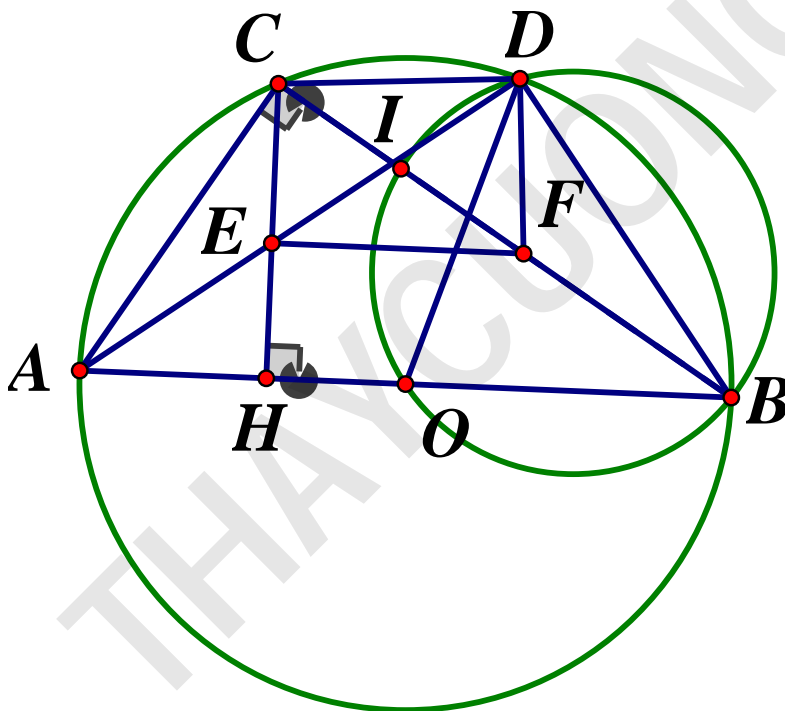
$$\frac{y}{10} + \frac{x}{15} = \frac{7}{30} \Leftrightarrow 3x + 2y = 7(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3y + 2x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 24 \\ 4x + 6y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = \frac{7 - 2x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} (tm)$$

Vậy quãng đường AB là $2 + 1 = 3(km)$

Bài 5.



a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEH$ là tứ giác nội tiếp

Vì \widehat{ADB} là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{ADB} = 90^\circ$ hay $\widehat{EDB} = 90^\circ$

Lại có: $CH \perp AB(gt)$ nên $\widehat{CHB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EHB} = 90^\circ$

Xét tứ giác $BDEH$ có: $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BDEH$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$

Vì $ABCD$ là tứ giác nội tiếp (O) nên $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn \widehat{AC}) (1)

Ta lại có:

$$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 90^\circ \text{ (do } \Delta ABC \text{ có } \widehat{ACB} = 90^\circ \text{)}$$

$$\widehat{ACH} + \widehat{CAB} = 90^\circ \text{ (do } \Delta ACH \text{ vuông tại H)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACH} \text{ (2) (cùng phụ } \widehat{CAB} \text{)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{ACH}$ ($= \widehat{ABC}$) hay $\widehat{ADC} = \widehat{ACE}$

Xét ΔACE và ΔADC có: \widehat{CAD} chung ; $\widehat{ACE} = \widehat{ADC}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta ACE \sim \Delta ADC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AD (*)$$

Xét ΔABC vuông tại C, đường cao CH ta có:

$$BC^2 = BH \cdot BA \text{ (2*) (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Từ (*) và (2*) suy ra $AC^2 + BC^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$

Lại có ΔABC vuông tại C nên $AC^2 + BC^2 = AB^2$ (định lý Pytago)

$$\text{Vậy } AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$$

c) Đường thẳng E.....

*) Vì $EF \parallel AB$ (gt) nên $\widehat{CFE} = \widehat{CBA}$ (đồng vị)

Mà $\widehat{CBA} = \widehat{CDA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \widehat{CFE} = \widehat{CDA}$

\Rightarrow Tứ giác $CDFE$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau) $\Rightarrow \widehat{CDF} + \widehat{CEF} = 180^\circ$

Ta lại có:

$$\begin{cases} CH \perp AB \text{ (gt)} \\ EF \parallel AB \text{ (gt)} \end{cases} \Rightarrow EF \perp CH \Rightarrow \widehat{CEF} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CDF} = 180^\circ - \widehat{CEF} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ (dpcm)}$$

*) Gọi I là giao điểm của CF và đường tròn ngoại tiếp ΔOBD . Ta có:

$$\widehat{ADB} = \widehat{ADF} + \widehat{FDB} = 90^\circ \quad ; \quad \widehat{CDF} = \widehat{ADF} + \widehat{CDA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{CDA} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ADF} \text{)}$$

Mà $\widehat{CDA} = \widehat{CBA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{CBA}$ ($= \widehat{CDA}$)

Mà $\widehat{CBA} = \widehat{OBI} = \widehat{ODI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OI)

$$\Rightarrow \widehat{FDB} = \widehat{ODI} \Rightarrow \widehat{FDB} + \widehat{ODF} = \widehat{ODI} + \widehat{ODF} \Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{IDF} \quad (3)$$

Ta có: tứ giác $CDFE$ nội tiếp (cmt) nên $\widehat{IFD} = \widehat{CFD} = \widehat{CED} = \widehat{AEH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD})

Ta lại có: $\widehat{AEH} + \widehat{EAH} = 90^\circ$; $\widehat{ABD} + \widehat{BAD} = 90^\circ$

Mà $\widehat{EAH} = \widehat{BAD}$ nên $\widehat{AEH} = \widehat{ABD} = \widehat{OBD} \Rightarrow \angle IFD = \angle OBD$ (4)

Lại có: $OD = OB$ (= bán kính) nên $\triangle OBD$ cân tại O , do đó $\widehat{OBD} = \angle ODB$ (5)

Từ (3), (4); (5) suy ra $\angle IDF = \angle IFD \Rightarrow \triangle IDF$ cân tại $I \Rightarrow ID = IF$ (3*)

Ta có: $\angle IDF + \angle IDC = \angle CDF = 90^\circ$

$\angle IFD + \angle ICD = 90^\circ$ (do $\triangle CDF$ vuông tại D)

$\Rightarrow \angle IDC = \angle ICD \Rightarrow \triangle ICD$ cân tại I nên $IC = ID$ (4*)

Từ (3*) và (4*) suy ra $IC = IF (= ID)$

Vậy I là trung điểm của CF .

Bài 1: (1,5 điểm)

a) Tính : $A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}$

b) Cho biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18.

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases}$$

b) Giải phương trình : $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

Bài 3: (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$.

a) Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm M (-2 ; 0) đến đường thẳng AB.

Bài 4 : (1 điểm)

Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$$

Bài 5:(1 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 10m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tính kích thước của mảnh đất.

Bài 6: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O, đường kính AB và C là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (với C khác B). Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC. Gọi K là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn đường kính BC.

a) Chứng minh tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ \widehat{AD}). Chứng minh rằng $EM^2 + DN^2 = AB^2$

-----Hết-----

Lời giải:

Bài 1:

a)

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3} \\&= \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} - 2\sqrt{3} \\&= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \\&= \sqrt{2}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}B &= \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \\&= \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\&= 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} \\&= 6\sqrt{x+1}\end{aligned}$$

Bài 2:a)

$$\begin{aligned}\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+8y=12 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=6 \\ x=3-2y \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=3-2 \cdot 2=1 \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (1;2).

b) $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ ta được

$$4t^2 + 7t - 2 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 > 0, \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$t = \frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4}; t = \frac{-7-9}{8} = -2$$

Vì $t \geq 0$ nên ta chọn $t = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

Vậy $S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$

Bài 3:

a) Học sinh tự vẽ

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$2x^2 = -2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Phương trình có dạng $a + b + c = 0$

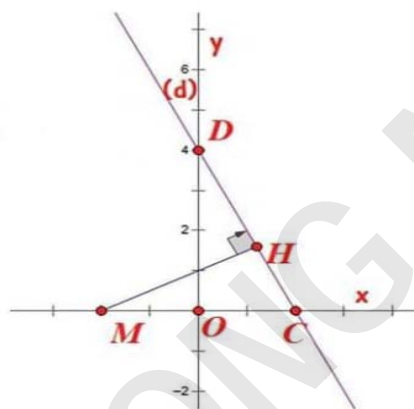
$$\Rightarrow x = 1; x = -2$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow y = 2.1^2 = 2$$

$$\text{Với } x = -2 \Rightarrow y = 2.(-2)^2 = 8$$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm A(1;2) và B(-2;8)

b)



Gọi H là hình chiếu của M lên (d) thì MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng AB.

Gọi C, D lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy

$$\Rightarrow D(0;4); C(2;0)$$

$$\Delta MHC \sim \Delta DOC \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{MC} = \frac{DO}{DC}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{DO \cdot MC}{DC}$$

Trong đó $DO = |y_D| = 4$

$$MC = |x_M - x_C| = 4$$

$$DC = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow MH = \frac{4 \cdot 4}{2\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

Bài 4: Ta có: $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow 4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + m^2 + 2m - 19 = 0$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= (m^2 + 2m - 15)^2 - 4.4(m^2 + 2m - 19) \\
&= [(m+1)^2 - 16]^2 - 16[(m+1)^2 - 20] \\
&= (m+1)^4 - 32(m+1)^2 + 256 - 16(m+1)^2 + 320 \\
&= (m+1)^4 - 48(m+1)^2 + 576 \\
&= [(m+1)^2 - 24]^2 \geq 0
\end{aligned}$$

Suy ra Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
 Phương trình (1) có dạng $a - b + c = 0$

Suy ra phương trình có nghiệm $x = -1$ và $x = \frac{-(m+1)^2 + 20}{4}$

TH1: Nếu $x_1 = -1$ và $x_2 = \frac{-(m+1)^2 + 20}{4}$

Theo đề ta có: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{-(m+1)^2 + 20}{4} + 2019 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(m+1)^2 + 20 + 8080 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 8100$$

$$\Rightarrow m+1 = \pm 90$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 89 \\ m = -91 \end{cases}$$

TH2: Nếu $x_1 = \frac{-(m+1)^2 + 20}{4}$ và $x_2 = -1$

Theo đề ta có: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-(m+1)^2 + 20}{4} \right)^2 - 1 + 2019 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-(m+1)^2 + 20}{4} \right)^2 + 2018 = 0$$

Loại vì vế trái luôn dương

Vậy $m \in \{89; -91\}$ thì thỏa mãn điều kiện của bài toán

Bài 5: Gọi x (mét) là chiều rộng của mảnh đất :

Y (mét) là chiều dài của mảnh đất:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 3 \\ y > x > 3 \end{cases}$$

Diện tích mảnh đất là 80 m² nên ta có phương trình: $x.y = 80(m^2)$

Nếu giảm chiều rộng đi 3m thì chiều rộng mới là $x - 3$ (m).

Nếu tăng chiều dài lên 10m thì chiều dài mới là $y + 10$ (m).

Theo đề ta có:

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x-3)(y+10) - xy = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ xy - 3y + 10x - 30 - 80 - 20 = 0 \end{cases}$$

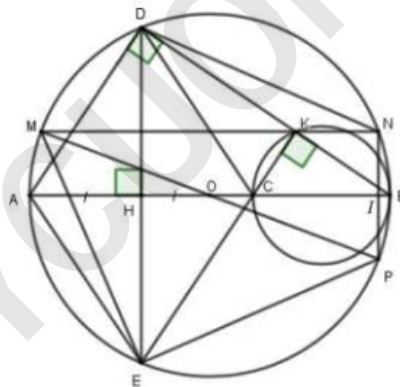
$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ -3y + 10x = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10xy = 800 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (50 + 3y)y = 80 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 50y - 800 = 0 \\ 10x = 50 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = 10 \\ y = \frac{-80}{3} \end{cases} \\ 10x = 50 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 8 \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là 10m, chiều rộng là 8m.

Bài 6:



a) Ta có $\widehat{DHC} = 90^\circ$ (gt)

$\widehat{BKC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC)

$\Rightarrow \widehat{DKC} = 90^\circ$ (Kề bù với \widehat{BKC})

Xét tứ giác DHKC ta có: $\widehat{DKC} + \widehat{DHC} = 180^\circ$

Mà \widehat{DKC} và \widehat{DHC} đối nhau

Suy ra DHKC là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $OA \perp DE \Rightarrow H$ là trung điểm của DE (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

Tứ giác ADCE có H là trung điểm của AC và DE và $AC \perp DE$

Nên ADCE là hình thoi

$\Rightarrow AD \parallel CE.$

Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB)

$\Rightarrow CE \perp BD$

Mà $CK \perp BD$ (cmt)

\Rightarrow hai đường thẳng CE và CK trùng nhau $\Rightarrow E, C, K$ thẳng hàng.

c) Vẽ đường kính MI của đường tròn O

Ta có $\widehat{MNI} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MI)

$\Rightarrow NI \perp MN$

Mà $DE \perp MN$

$\Rightarrow NI \parallel DE$ (cùng vuông góc với MN)

$\Rightarrow DN = EI$ (hai dây song song chắn hai cung bằng nhau)

Ta lại có $\widehat{MEI} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính MI)

$\Rightarrow \triangle MEI$ vuông tại E

$EM^2 + EI^2 = MI^2$ (Định lý py-ta-go)

Mà $DN = EI$

$MI = AB = 2R$

$\Rightarrow EM^2 + DN^2 = AB^2$

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

- a) Trục căn thức ở mẫu thức của biểu thức $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.
- b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24. \end{cases}$
- b) Giải phương trình: $4x + \frac{3}{x-1} = 11$.

Bài 3. (1,5 điểm) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB , với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimet).

Bài 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1 x_2 + 11) = 72.$$

Bài 5. (1,0 điểm) Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Bài 6. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O có $AB < AC$. Trên cung nhỏ \widehat{AC} lấy điểm M khác A thỏa mãn $MA < MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB, MN . Chứng minh rằng:

- a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.
- b) $AH.AK = HB.MK$.
- c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ \widehat{AC} thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ ĐÁP SỐ

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu thức của biểu thức $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Lời giải

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

$$A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}.$$

b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Với: $a \geq 0, a \neq 4$.

$$VT = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4}$$

$$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}$$

$$= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2}{\sqrt{a}+2}$$

$$= 1 = VP.$$

Vậy đẳng thức đã được chứng minh.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24. \end{cases}$

b) Giải phương trình: $4x + \frac{3}{x-1} = 11$.

Lời giải

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2(14-2y)+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2(14-2y)+3y=24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 28-y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (6; 4)$.

b) Giải phương trình $4x + \frac{3}{x-1} = 11$ (1)

Điều kiện: $x \neq 1$.

$$4x + \frac{3}{x-1} = 11 \Leftrightarrow \frac{4x(x-1)}{x-1} + \frac{3}{x-1} = \frac{11(x-1)}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 3 = 11x - 11$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 15x + 14 = 0 \quad (2)$$

Ta có: $\Delta = (-15)^2 - 4.4.14 = 1 > 0$.

Vậy phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt là:
$$\begin{cases} x_1 = \frac{15-1}{8} = \frac{7}{4} (tm) \\ x_2 = \frac{15+1}{8} = 2 (tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \left\{ 2; \frac{7}{4} \right\}$.

Bài 3. (1,5 điểm) Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

Lời giải

+) **Vẽ đồ thị hàm số:** $y = -\frac{1}{2}x^2$.

x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

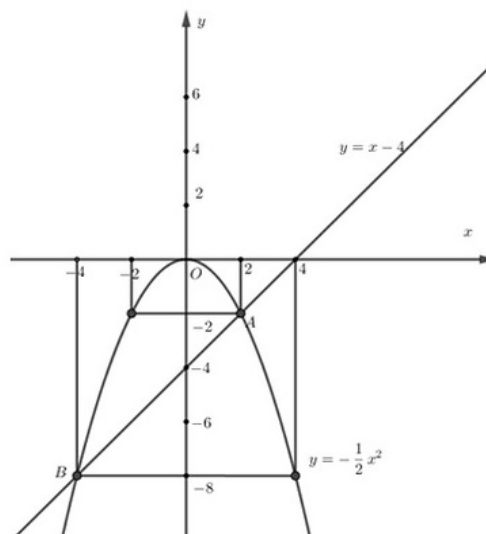
Khi đó đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có hình dạng là 1 Parabol và đi qua các điểm $(-4; -8)$;

$(-2; -2)$; $(0; 0)$; $(2; -2)$; $(4; -8)$.

+) **Vẽ đồ thị hàm số:** $y = x - 4$.

x	0	4
y	-4	0

Khi đó đồ thị hàm số $y = x - 4$ là một đường thẳng và đi qua các điểm $(0; -4)$; $(4; 0)$.



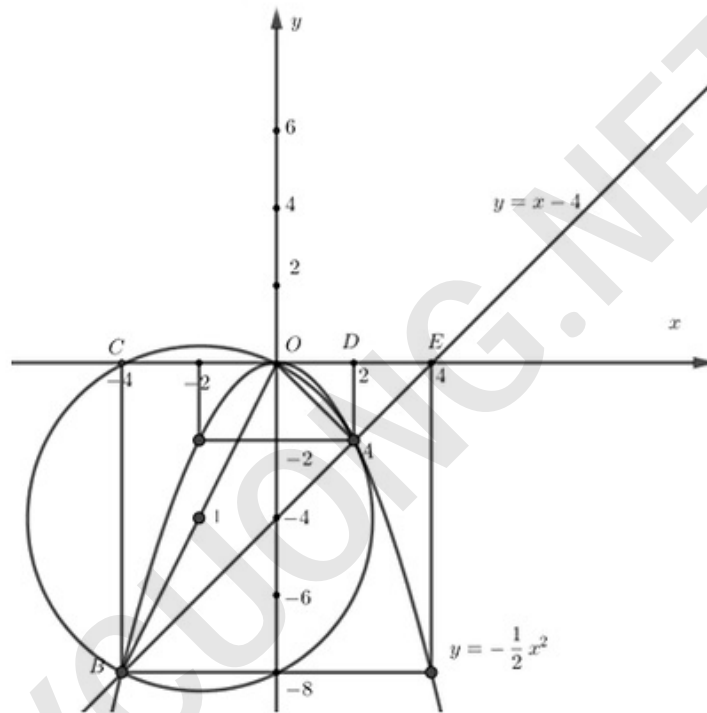
+) Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ là:

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A(2; -2).$$

$$x = -4 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow B(-4; -8).$$



Xét tam giác OAE ta có: $OD = DE = \frac{1}{2}OE = 2$ cm; $AD = 2$ cm nên tam giác OAE vuông tại A .

Khi đó ta có: $OA \perp AB$ nên tam giác OAB vuông tại A .

Ta có tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm của cạnh huyền OB và bán kính của đường tròn $= \frac{1}{2}OB$.

Ta có: Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông OBC có:

$$OB^2 = OC^2 + BC^2 = 4^2 + 8^2 = 80$$

$$\Rightarrow OB = 4\sqrt{5}.$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $\frac{1}{2}OB = 2\sqrt{5}$.

Bài 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1 x_2 + 11) = 72.$$

Lời giải

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$.

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4m + 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m + 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 + 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow (m-3)^2 + 3 > 0.$$

Vì $(m-3)^2 \geq 0 \quad \forall m \Rightarrow (m-3)^2 + 3 > 0 \quad \forall m \Rightarrow \Delta' > 0 \quad \forall m$.

Hay phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1 x_2 = 4m-11 \end{cases}.$$

Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m-11=0$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2x_1^2 + 4(m-1)x_1 + 8m-22=0 \\ x_2^2 + 2(m-1)x_2 + 4m-11=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^2 = -4(m-1)x_1 - 8m + 22 \\ x_2^2 = -2(m-1)x_2 - 4m + 11 \end{cases}$$

$$2(x_1-1)^2 + (6-x_2)(x_1 x_2 + 11) = 72$$

$$\Leftrightarrow 2x_1^2 - 4x_1 + 2 + 6x_1 x_2 + 66 - x_1 x_2^2 - 11x_2 = 72$$

$$\Leftrightarrow -4(m-1)x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1 x_2 - x_1(-2(m-1)x_2 - 4m + 11) - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow -4mx_1 + 4x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1 x_2 + 2(m-1)x_1 x_2 + 4mx_1 - 11x_1 - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)x_1 x_2 - 11(x_1 + x_2) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)(4m-11) + 22(m-1) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 22m + 16m - 44 + 22m - 22 = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 + 8m - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 3m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-2) + 3(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Vậy $m = -3$ hoặc $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 5. (1,0 điểm) Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Lời giải

Gọi độ dài một cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông là x (cm), ($7 < x < 17$).

Khi đó độ dài cạnh góc vuông còn lại của tam giác vuông đó là: $x-7$ (cm).

Áp dụng định lý Pi – ta – go cho tam giác vuông này ta có phương trình:

$$x^2 + (x-7)^2 = 17^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 289$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-15)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-15=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 & (tm) \\ x=-8 & (ktm) \end{cases}$$

\Rightarrow độ dài cạnh còn lại của tam giác vuông là: $15-7=8$ cm.

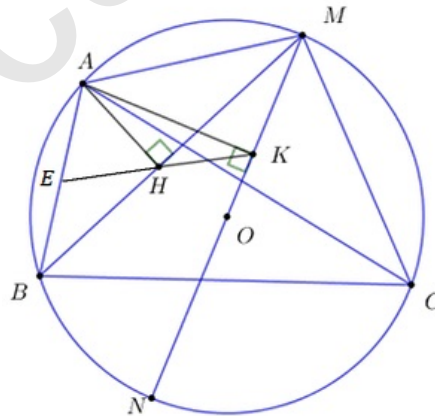
Vậy diện tích của tam giác vuông đó là: $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60 \text{ cm}^2$.

Bài 6.

(3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O có $AB < AC$. Trên cung nhỏ \widehat{AC} lấy điểm M khác A thỏa mãn $MA < MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB, MN . Chứng minh rằng :

- Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.
- $AH \cdot AK = HB \cdot MK$.
- Khi điểm M di động trên cung nhỏ \widehat{AC} thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



- a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.**

Xét tứ giác $AHKM$ ta có: $\widehat{AHM} = \widehat{AKM} = 90^\circ$ (gt).

Mà hai góc này là góc kề cạnh HK và cùng nhìn đoạn AM .

$\Rightarrow AHKM$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

Hay bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn (đpcm).

- b) $AH \cdot AK = HB \cdot MK$.**

Ta có:

$$\begin{cases} \widehat{AMK} = \frac{1}{2} sd \widehat{AN} \\ \widehat{ABH} = \frac{1}{2} sd \widehat{AM} \end{cases} \Rightarrow \widehat{AMK} + \widehat{ABH} = \frac{1}{2} (sd \widehat{AN} + sd \widehat{AM})$$

$$\text{Mà } sd \widehat{AN} + sd \widehat{AM} = sd \widehat{MAN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AMK} + \widehat{ABH} = 90^\circ.$$

$$\text{Mà } \widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ \text{ (tam giác } ABH \text{ vuông tại } H).$$

$$\Rightarrow \widehat{AMK} = \widehat{BAH}.$$

Xét tam giác AMK và tam giác BAH có:

$$\widehat{AKM} = \widehat{BHA} = 90^\circ$$

$$\widehat{AMK} = \widehat{BAH} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta AMK \sim \Delta BAH \text{ (g.g.)}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{HB} = \frac{MK}{AH} \Rightarrow AH \cdot AK = HB \cdot MK$$

- c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HK luôn qua một điểm cố định.

Kéo dài HK cắt AB tại E .

$$\text{Ta có } \widehat{MAK} = \widehat{MHK} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MK).$$

$$\text{Lại có } \widehat{MHK} = \widehat{EHB} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MAK} = \widehat{EHB}$$

$$\text{Do } \Delta AMK \sim \Delta BAH \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{MAK} = \widehat{ABH} = \widehat{EBH}$$

$$\Rightarrow \widehat{EHB} = \widehat{EBH} \Rightarrow \Delta EHB \text{ cân tại } E.$$

$$\Rightarrow EH = EB \text{ (1).}$$

$$\text{Ta có } \widehat{EBH} + \widehat{EAH} = 90^\circ \text{ (Tam giác } ABH \text{ vuông tại } H).$$

$$\widehat{EHB} + \widehat{EHA} = \widehat{AHB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{EHA} \Rightarrow \Delta EAH \text{ cân tại } E$$

$$\Rightarrow EA = EH \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EA = EB \Rightarrow E$ là trung điểm của AB . Do A, B cố định $\Rightarrow E$ cố định.

Vậy khi M di chuyển trên cung nhỏ AC thì HK luôn đi qua trung điểm của AB (đpcm).

-----HẾT-----

Bài 1:(1,5điểm) a. Tính $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$; b. Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

Bài 2:(2,0điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

b) Giải phương trình
$$\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} = 1$$

Bài 3:(2,0điểm) Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số

- Khi $m = 3$, tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số trên.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị hai số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các trị của m sao cho $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$.

Bài 4:(1, 0 điểm) Một đội xe vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo(khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc.

Bài 5:(3,5điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và C là một điểm trên nửa đường tròn(C khác A và B). Trên cung AC lấy điểm D (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB và E là giao điểm của BD và CH.

- Chứng minh ADEH là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ và $AB.AC = AC.AH + CB.CH$
- Trên đoạn OC lấy điểm M sao cho $OM = CH$. Chứng minh rằng khi C chạy trên nửa đường tròn đã cho thì M chạy trên một đường tròn cố định.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Thực hiện: Ban chuyên môn Tuyensinh247.com

Bài 1. (1,5 điểm)

- a) Tính $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$
 b) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

Hướng dẫn giải:

- a) $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 2^2} + \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 4^2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$
 b) $B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 2^2} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} - \sqrt{5} = |\sqrt{5}-2| - \sqrt{5} = \sqrt{5}-2 - \sqrt{5} = -2$

(Do $\sqrt{5}-2 > 0$)

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ x+3y=2 \end{cases}$

- b) Giải phương trình $\frac{10}{x^2-4} + \frac{1}{2-x} = 1$

Hướng dẫn giải:

- a) $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ x+3y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=4 \\ x=2-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2-3y)-3y=4 \\ x=2-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-6y-3y=4 \\ x=2-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9y=0 \\ x=2-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=2-3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm là (2;0)

- b) Giải phương trình

Điều kiện: $x \neq 2; x \neq -2$

$$\frac{10}{x^2-4} + \frac{1}{2-x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{(x-2)(x+2)} + \frac{1}{2-x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{(x-2)(x+2)} - \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow 10 - x - 2 = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) - 3(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-4; 3\}$

Câu 3: (2 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = mx + 4$, với m là tham số.

a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1)$ và $A_2(x_2; y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$.

Hướng dẫn giải:

a) Với $m = 3$ ta có hàm số $y = mx + 4$ trở thành: $y = 3x + 4$.

Hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 3x + 4$ là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1) \\ \begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases} \Rightarrow B(4; 16) \end{cases}$$

Vậy với $m = 3$ thì hai đồ thị trên giao nhau tại hai điểm $A(-1; 1)$ và $B(4; 16)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho là:

$$x^2 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0 \quad (*)$$

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số là số nghiệm của phương trình (*).

Phương trình (*) có: $\Delta = m^2 - 4 \cdot (-4) = m^2 + 16 > 0 \forall m$

\Rightarrow phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Hay hai đồ thị hàm số luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Với mọi m phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$.

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m & (1) \\ x_1 x_2 = -4 & (2) \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$
 $\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2 = 7^2$
 $\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + 2x_1^2 x_2^2 + (x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49$
 $\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49$
 $\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49 \quad (3)$

Thế (1) và (2) vào (3) ta được: $[m^2 - 2 \cdot (-4)]^2 - 2 \cdot (-4)^2 = 7^2$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 - 32 = 49 \\ &\Leftrightarrow (m^2 + 8)^2 = 81 \\ &\Leftrightarrow m^2 + 8 = 9 \quad (\text{do } m^2 + 8 > 0 \forall m) \\ &\Leftrightarrow m^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4 (1,0 điểm) Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 chiếc xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Hướng dẫn giải:

Gọi số xe ban đầu của đội là x (chiếc xe), ($x \in \mathbb{N}^*$).

Đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo nên mỗi xe chở số tấn gạo là: $\frac{160}{x}$ (tấn gạo).

Sau khi được bổ sung thêm 4 chiếc xe thì số xe vận chuyển gạo là: $x + 4$ (chiếc xe).

Số tấn gạo mỗi xe phải chở sau khi được bổ sung thêm xe là: $\frac{160}{x+4}$ (tấn gạo).

Theo đề bài ta có, lúc sau mỗi xe chở ít hơn so với dự định là 2 tấn gạo nên ta có phương trình:

$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+4} = 2$$

$$\Leftrightarrow 160(x+4) - 160x = 2x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow 160x + 640 - 160x = 2x^2 + 8x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 640 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 20x - 16x - 320 = 0$$

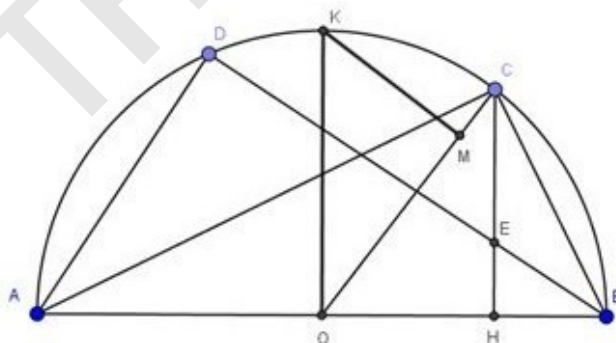
$$\Leftrightarrow (x+20)(x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -20 \text{ (ktm)} \\ x = 16 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy lúc đầu, đội có 16 chiếc xe.

Câu 5 (3,5 điểm): Cho đường tròn tâm O đường kính AB và C là một điểm trên nửa đường tròn (C khác A và B). Trên cung AC lấy điểm D (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB và E là giao điểm của BD và CH.

- Chứng minh ADHE là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ và $AC \cdot AB = AC \cdot AH + CB \cdot CH$
- Trên đoạn OC lấy điểm M sao cho $OM = CH$. Chứng minh rằng khi C chạy trên nửa đường tròn đã cho thì M chạy trên một đường tròn cố định.



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2016
MÔN THI: TOÁN**

Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

- a) Với giá trị nào của x thì $\sqrt{x-2}$ xác định.
- b) Rút gọn biểu thức $M = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$ với $ab \neq 0$

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

- b) Cho phương trình $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 .

Tính giá trị của biểu thức $x_1^3 + x_2^3$

Bài 3. (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và đồ thị hàm số (P) và $y = x + 4$ có đồ thị (d)

- a) Vẽ đồ thị (P).
- b) Gọi A, B là các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d). Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm M trên tia Ox sao cho diện tích tam giác MAB bằng 30 cm^2 .

Bài 4. (2,0 điểm)

Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{3}{5}$ chiều dài. Nếu chiều rộng giảm đi 1cm và chiều dài giảm đi 4cm thì diện tích của nó bằng nửa diện tích ban đầu. Tính chu vi miếng bìa đó.

Bài 5. (3,5 điểm)

Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$ và nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AD. Gọi AH là đường cao của ΔABC . Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AD tại E

- a) Chứng minh ABHE là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh hai đường thẳng HE và AC vuông góc với nhau
- c) Gọi F là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng AD và M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh rằng M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF .

ĐÁP ÁN

Bài 1. (1,5 điểm)

a) $\sqrt{x-2}$ xác định $\Leftrightarrow x \geq 2$

b) $M = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{ab} = \frac{2a \cdot 2b}{ab} = 4$

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 3(-1) - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(-1; -2)$

b) $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$

Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình trên ta được: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -2 + \sqrt{2} \end{cases}$

Suy ra

$$x_1^3 + x_2^3$$

$$= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]$$

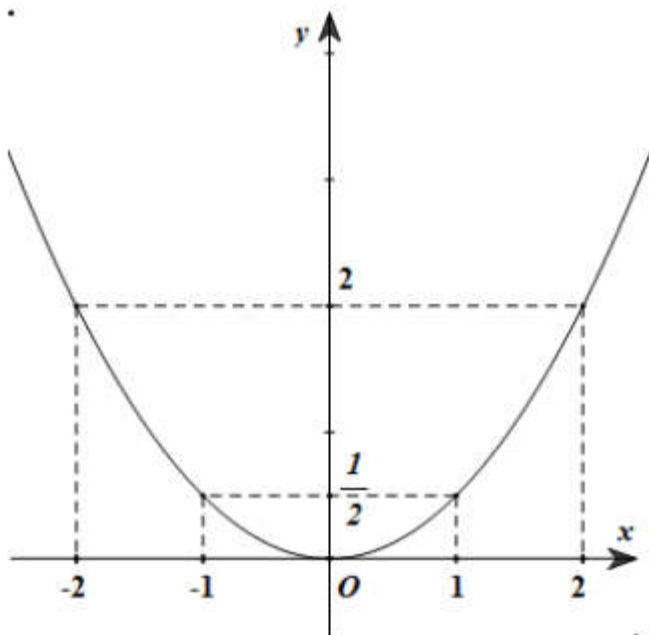
$$= (-1)[(-1)^2 - 3(-2 + \sqrt{2})] = 3\sqrt{2} - 7$$

Bài 3 (2,0 điểm)

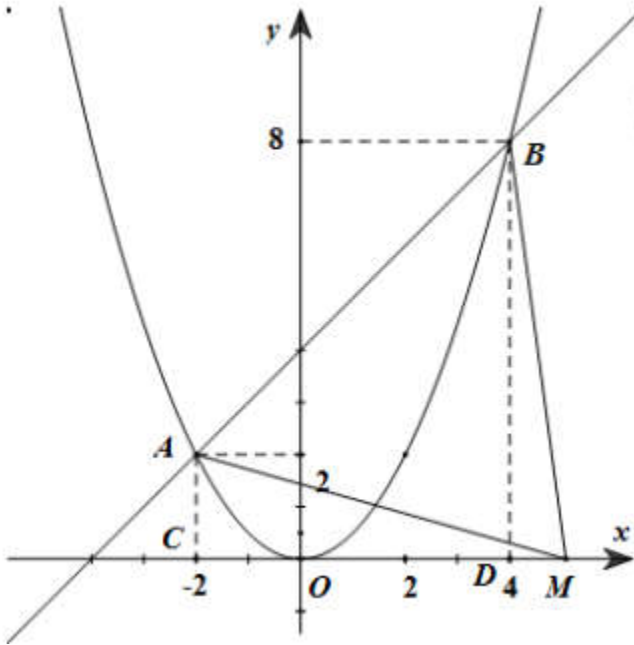
a) $y = \frac{1}{2}x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



b)



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = (-1)^2 - (-8) = 9 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x = 4$; $x = -2$

Với $x = -2$ ta có $y = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$

Với $x = 4$ ta có $y = 8 \Rightarrow B(4; 8)$

Gọi $M(m; 0)$ thuộc tia Ox ($m > 0$). Gọi $C(-2; 0)$, $D(4; 0)$. Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: M thuộc đoạn OD: Ta có $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} - S_{BDM}$

$$\text{Có } ABDC \text{ là hình thang, } AC = 2\text{cm, } BD = 8\text{cm, } CD = 6\text{cm} \Rightarrow S_{ABDC} = \frac{(2+8) \cdot 6}{2} = 30(\text{cm}^2)$$

Suy ra $S_{AMB} < 30\text{cm}^2$ (loại)

Trường hợp 2: M thuộc tia Dx ($M \neq D$) $\Rightarrow m > 4$

$$\text{Ta có: } S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} + S_{BDM}$$

Có $S_{ABDC} = 30\text{cm}^2$, $MC = m + 2$ (cm), $MD = m - 4$ (cm)

Suy ra

$$S_{ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (m + 2) = m + 2(\text{cm}^2)$$

$$S_{BDM} = \frac{1}{2} BD \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (m - 4) = 4(m - 4)(\text{cm}^2)$$

$$\Rightarrow S_{AMB} = 30\text{cm}^2 \Leftrightarrow S_{ACM} = S_{BDM} \Leftrightarrow m + 2 = 4(m - 4) \Leftrightarrow m = 6 \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $M(6; 0)$ là điểm cần tìm.

Bài 4 (1,0 điểm)

Gọi chiều dài của hình chữ nhật đó là x (cm) ($x > 4$)

Vì chiều rộng bằng $\frac{3}{5}$ chiều dài nên chiều rộng của hình chữ nhật là $\frac{3}{5}x(\text{cm})$

Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là $\frac{3}{5}x^2(\text{cm}^2)$

Khi giảm chiều rộng 1cm và giảm chiều dài 4cm thì diện tích của hình chữ nhật mới là $(\frac{3}{5}x-1)(x-4)(\text{cm}^2)$

Diện tích hình chữ nhật mới bằng một nửa diện tích ban đầu nên ta có phương trình:

$$(\frac{3}{5}x-1)(x-4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}x^2$$

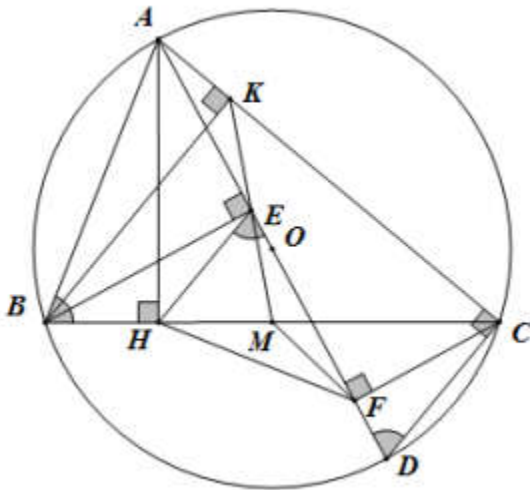
$$\Leftrightarrow \frac{3}{10}x^2 - \frac{17}{5}x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(TM) \\ x = \frac{4}{3}(L) \end{cases}$$

Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu lần lượt là 10cm và $\frac{3}{5} \cdot 10 = 6\text{cm}$

Chu vi miếng bìa là $2 \cdot (10 + 6) = 32(\text{cm})$

Bài 5 (3,5 điểm)



a) Vì $AH \perp BC$, $BE \perp AD$ nên góc $AHB =$ góc $AEB = 90^\circ$

Suy ra tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp

b) Vì góc ACD là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên góc $ACD = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CD$ (1)

Vì $ABHE$ là tứ giác nội tiếp nên góc $ABH =$ góc HED (góc trong và góc ngoài đỉnh đối diện)

Vì $ABDC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) nên góc $ABC =$ góc ADC (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC), hay góc $ABH =$ góc EDC

Suy ra góc $HED =$ góc $EDC \Rightarrow EH \parallel DC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow HE \perp AC$

c) Vẽ $BK \perp AC$ tại K

Ta có góc $AKB =$ góc $AEB = 90^\circ$ nên $AKEB$ là tứ giác nội tiếp

Suy ra góc $BKE =$ góc BAE (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BE) = góc BAD (3)

Vì $ABDC$ là tứ giác nội tiếp nên góc $BAD =$ góc BCD (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BD)(4)

Vì $AK \parallel CD$ (cùng $\perp AC$) nên góc $BCD =$ góc KBM (đồng vị)(5)

Vì M là trung điểm cạnh huyền BC của tam giác vuông BKC nên $MK = MB = MC \Rightarrow \Delta MKB$ cân tại M \Rightarrow góc KBM = góc BKM (6)

Từ (3), (4), (5), (6) có góc BKE = góc BKM \Rightarrow K, E, M thẳng hàng

Mà HE // BK (cùng \perp AC) nên $\frac{ME}{MH} = \frac{MK}{MB} = 1 \Rightarrow ME = MH$

Chứng minh tương tự ta có MF = MH

Suy ra ME = MF = MH \Rightarrow M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF (đpcm).

Chứng minh.

a) Ta có: $\widehat{ADE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\widehat{AHE} = 90^\circ \text{ (do } CH \perp AB)$$

$\Rightarrow \widehat{ADE} + \widehat{AHE} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác ADHE nội tiếp (Tổng 2 góc đối diện bằng 180°)

b) Ta có: $\widehat{ACO} = \widehat{CAO}$ (ΔOAC cân tại O)

$$\widehat{ACO} = \widehat{HCB} \text{ (cùng phụ } \widehat{CBH} \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{HCB}$$

Xét ΔACB và ΔCHB có:

$$\widehat{ACB} = \widehat{CHB} = 90^\circ, \widehat{ABC} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \Delta ACB \sim \Delta CHB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{BH}$$

$$\Rightarrow AC \cdot BH = CB \cdot CH$$

$$\Rightarrow AC \cdot (AB - AH) = CB \cdot CH$$

$$\Rightarrow AC \cdot AB = AC \cdot AH + CB \cdot CH \text{ (điều phải chứng minh)}$$

c) Gọi K là điểm chính giữa cung AB (chứa điểm C) $\Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow OK \parallel HC$

Xét ΔOMK và ΔCHO có:

$$\widehat{MOK} = \widehat{HCO} \text{ (so le trong)}$$

$$OM = CH \text{ (gt)}$$

$$OK = CO \text{ (cùng bằng bán kính)}$$

$$\Rightarrow \Delta OMK = \Delta CHO \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{OMK} = \widehat{CHO} \text{ (2 góc tương ứng bằng nhau)}$$

$$\text{Mà } \widehat{CHO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OMK} = 90^\circ$$

Vậy M chạy trên đường tròn đường kính OK cố định.

TUYỂN TẬP ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 ĐÀ NẴNG

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.ĐÀ NẴNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2015 – 2016

Khóa ngày : 9, 10 – 06 – 2015

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (1,5 điểm)

1) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức $\sqrt{28a^4}$

2) Tính giá trị của biểu thức : $A = \left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

Bài 2: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3}{2x} - y = 6 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4. \end{cases}$$

Bài 3: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Cho các hàm số $y = x + 2$ và $y = -x + m$ (với m là tham số) lần lượt có đồ thị là (d) và (d_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để trên một mặt phẳng tọa độ các đồ thị của (P), (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m = 0$, với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 1$.

2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của m sao cho

$$x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$$

Bài 5: (3,5 điểm)

Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

1) Chứng minh rằng ABOC là tứ giác nội tiếp.

2) Cho bán kính đường tròn (O) bằng 3cm, độ dài đoạn thẳng OA bằng 5cm. Tính độ dài đoạn thẳng BC.

3) Gọi (K) là đường tròn qua A và tiếp xúc với đường thẳng BC tại C. Đường tròn (K) và đường tròn (O) cắt nhau tại điểm thứ hai là M. Chứng minh rằng đường thẳng BM đi qua trung điểm của đoạn thẳng AC.

-----HẾT-----

Bài 1 : 1) $\sqrt{28a^4} = \sqrt{(2a^2)^2 \cdot 7} = |2a^2| \sqrt{7} = 2a^2 \sqrt{7}$ (vì $2a^2 \geq 0$ với mọi a)

$$2) A = \left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{7}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} \right) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}) = (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2$$

Vậy $A = 2$

Bài 2 : -
$$\begin{cases} \frac{3}{2x} - y = 6 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} - 2y = 12 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} = 8 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 2 + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$$

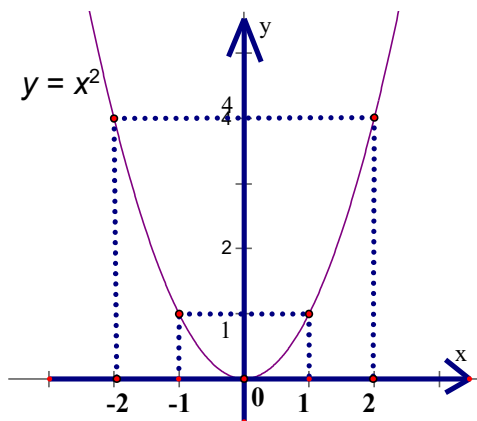
Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (\frac{1}{2}; -3)$.

Bài 3 : 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ (*)

Phương trình (*) có dạng : $a - b + c = 0$ nên có 2 nghiệm : $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{-c}{a} = 2$

Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1$ ta có $(-1; 1)$

Với $x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 2^2 = 4$ ta có $(2; 4)$.

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm A(-1; 1) và B(2; 4).

Đê (P), (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm thì hoặc $A \in (d_m)$ hoặc $B \in (d_m)$.

+ Với $A(-1; 1) \in (d_m)$, ta có : $1 = -(-1) + m \Leftrightarrow m = 0$

+ Với $B(2; 4) \in (d_m)$, ta có : $4 = -2 + m \Leftrightarrow m = 6$

Vậy khi $m = 0$ hoặc $m = 6$ thì (P), (d) và (d_m) cùng đi qua một điểm.

Bài 4 : 1) Thay $m = 1$ được phương trình : $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$

Vậy khi $m = 1$, phương trình có hai nghiệm $x_1 = \sqrt{2}$ và $x_2 = -\sqrt{2}$

2) Có $\Delta = b^2 - ac = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-2m) = m^2 - 2m + 1 + 2m = m^2 + 1 > 0$ với mọi m nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Theo Vi-et ta có : $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(m-1) = 2m-2$

Theo bài ta có $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$ (2).

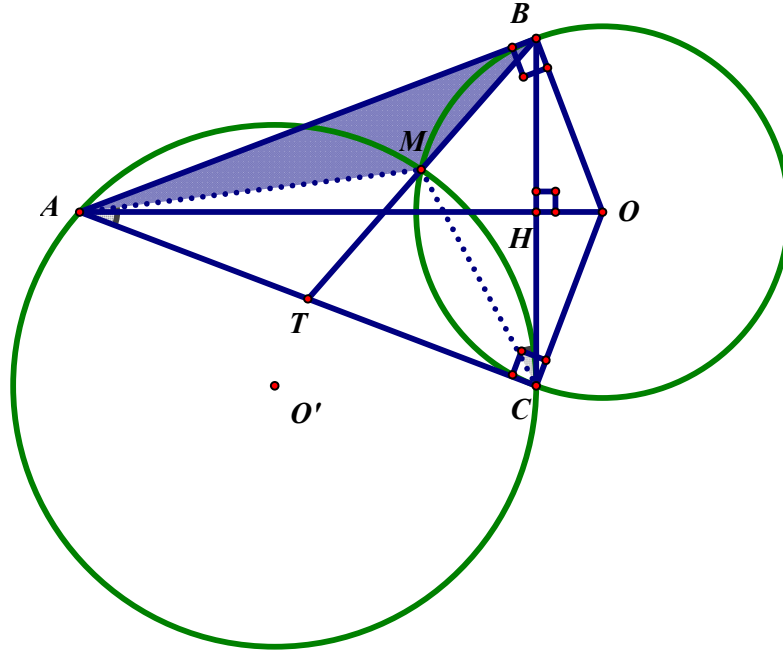
Từ (1) và (2) ta có $x_1^2 + 2x_1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ hoặc $x_1 = -3$

+ Với $x = x_1 = 1$, từ đề bài ta có $m = \frac{3}{4}$.

+ Với $x = x_1 = -3$, từ đề bài ta có $m = \frac{-3}{4}$

Vậy khi $m = \pm \frac{3}{4}$ thì PT có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa : $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$

Bài 5



a/ Cho không biểu không

b/ Gọi H là giao điểm của AO và BC, chứng minh AO trung trực đoạn BC $\Rightarrow BC = 2BH$

ΔABO vuông tại B có BH là đường cao nên $OB^2 = OH \cdot AO \Rightarrow OH = \frac{OB^2}{AO} = \frac{9}{5}$ cm

ΔOBH vuông tại H $\Rightarrow BH^2 = OB^2 - OH^2 \Rightarrow BH = \frac{12}{5}$ cm. Vậy $BC = 2BH = \frac{24}{5}$ cm

c/ Gọi T giao điểm BM và AC ta đi chứng minh $TA = TC$

Để thấy $TC^2 = TM \cdot TB$ ta chỉ tìm cách chứng minh $TA^2 = TM \cdot TB$ là xong

Ta nghĩ đến chứng minh 2 Δ đồng dạng {Chú ý $\widehat{MAT} = \widehat{ABT} = \widehat{MCB}$ }

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.ĐÀ NẴNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2014 – 2015
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (1,5 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{9} - \sqrt{4}$

Rút gọn biểu thức $P = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x} + x\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2}$, với $x > 0, x \neq 2$

Bài 2: (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases}$$

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = 4x + m$ có đồ thị (d_m)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_m) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt, trong đó tung độ của một trong hai giao điểm đó bằng 1.

Bài 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0$, với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 0$.

2) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với $x_1 < x_2$, tìm tất cả các giá trị của m sao cho $|x_1| - |x_2| = 6$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Vẽ đường tròn (C) có tâm C, bán kính CA. Đường thẳng AH cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là D.

1) Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (C).

2) Trên cung nhỏ \widehat{AD} của đường tròn (C) lấy điểm E sao cho HE song song với AB.

Đường thẳng BE cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là F. Gọi K là trung điểm của EF.

Chứng minh rằng:

a) $BA^2 = BE \cdot BF$ và $\widehat{BHE} = \widehat{BFC}$

b) Ba đường thẳng AF, ED và HK song song với nhau từng đôi một.

BÀI GIẢI

Bài 1:

1) $A = 3 - 2 = 1$

2) Với điều kiện đã cho thì

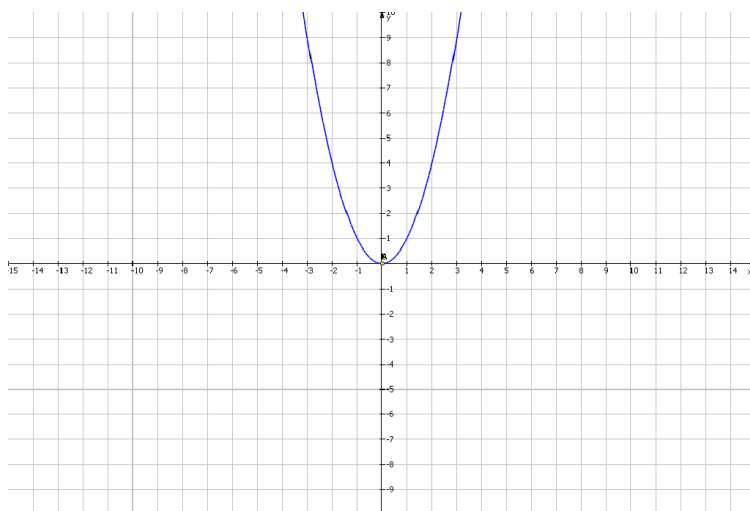
$$P = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{2x}(\sqrt{2} + \sqrt{x})} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{2})}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x} + \sqrt{2}} = 1$$

Bài 2:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Bài 3:

1)



2) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4x + m$ là :

$$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0 \quad (1)$$

(1) có $\Delta' = 4 + m$

Để (d_m) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 + m > 0 \Leftrightarrow m > -4$

$$y = 4x + m = 1 \Rightarrow x = \frac{1 - m}{4}$$

Yêu cầu của bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m > -4 \\ 2 \pm \sqrt{4 + m} = \frac{1 - m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ \sqrt{4 + m} = \frac{-m - 7}{4} \text{ hay } -\sqrt{4 + m} = \frac{-m - 7}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m < -7 \\ \sqrt{4 + m} = \frac{-m - 7}{4} \end{cases} \quad (\text{loại}) \text{ hay } \begin{cases} m > -4 \\ m > -7 \\ 4\sqrt{4 + m} = m + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ 16(4 + m) = m^2 + 14m + 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m^2 - 2m - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m = 5 \text{ hay } m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5 \text{ hay } m = -3$$

Bài 4:

1) Khi $m = 0$, phương trình thành : $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 4$

$$2) \Delta' = (m-2)^2 + m^2 = 2m^2 - 4m + 4 = 2(m^2 - 2m + 1) + 2 = 2(m-1)^2 + 2 > 0 \forall m$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

$$\text{Ta có } S = x_1 + x_2 = 2(2-m), P = x_1x_2 = -m^2 \leq 0$$

$$\text{Ta có } |x_1| - |x_2| = 6 \Rightarrow x_1^2 - 2|x_1x_2| + x_2^2 = 36 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_2 = 36$$

$$4(2-m)^2 = 36 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 9 \Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = 5$$

$$\text{Khi } m = -1 \text{ ta có } x_1 = 3 - \sqrt{10}, x_2 = 3 + \sqrt{10} \Rightarrow |x_1| - |x_2| = -6 \text{ (loại)}$$

$$\text{Khi } m = 5 \text{ ta có } x_1 = -3 - \sqrt{34}, x_2 = -3 + \sqrt{34} \Rightarrow |x_1| - |x_2| = 6 \text{ (thỏa)}$$

Vậy m = 5 thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 5:

1) Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ nên BA là tiếp tuyến với (C).
BC vuông góc với AD nên

H là trung điểm AD. Suy ra $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$
nên BD cũng là tiếp tuyến với (C)

2)

a)

Trong tam giác vuông ABC

$$\text{ta có } AB^2 = BH \cdot BC \text{ (1)}$$

Xét hai tam giác đồng dạng ABE và FBA

vì có góc B chung

và $\widehat{BAE} = \widehat{BFA}$ (cùng chắn cung AE)

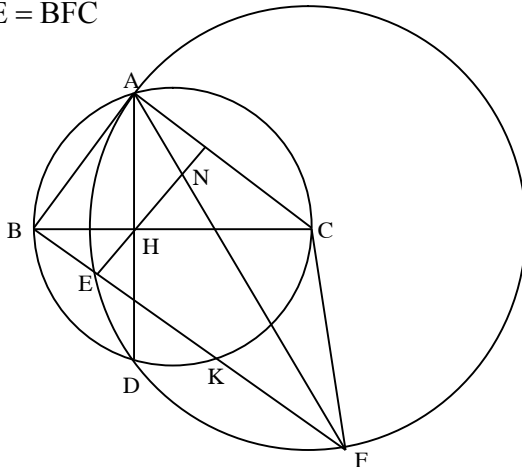
$$\text{suy ra } \frac{AB}{FB} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow AB^2 = BE \cdot FB \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có $BH \cdot BC = BE \cdot FB$

$$\text{Từ } BE \cdot BF = BH \cdot BC \Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$$

2 tam giác BEH và BCF đồng dạng vì có góc B chung và $\frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$

$$\Rightarrow \widehat{BHE} = \widehat{BFC}$$



b) do kết quả trên ta có $\widehat{BFA} = \widehat{BAE}$

$$\widehat{HAC} = \widehat{EHB} = \widehat{BFC}, \text{ do } AB \parallel EH. \text{ suy ra } \widehat{DAF} = \widehat{DAC} - \widehat{FAC} = \widehat{DFC} - \widehat{CFA} = \widehat{BFA}$$

$\Rightarrow \widehat{DAF} = \widehat{BAE}$, 2 góc này chắn các cung $\widehat{AE}, \widehat{DF}$ nên hai cung này bằng nhau

Gọi giao điểm của AF và EH là N. Ta có 2 tam giác HED và HNA bằng nhau

(vì góc H đối đỉnh, $HD = HA$, $\widehat{EDH} = \widehat{HDN}$ (do $AD \parallel AF$))

Suy ra $HE = HN$, nên H là trung điểm của EN. Suy ra HK là đường trung bình của tam giác EAF.

Vậy $HK \parallel AF$.

Vậy $ED \parallel HK \parallel AF$.

ĐỀ THI VÀO 10 ĐÀ NẴNG 2013-2014

Bài 1: (2,0 điểm)

3) Tìm số x không âm biết $\sqrt{x} = 2$.

4) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} + 1 \right) \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} - 1 \right)$

Bài 2: (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

b) Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 2$ (1). Hãy xác định hệ số a, biết rằng $a > 0$ và đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành Ox, trục tung Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OB = 2OA$ (với O là gốc tọa độ).

Bài 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + (m - 2)x - 8 = 0$, với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 4$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $Q = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4)$ có giá trị lớn nhất

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R) có $BC = 2R$ và $AB < AC$. Đường thẳng xy là tiếp tuyến của đường tròn (O;R) tại A. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O;R) lần lượt cắt đường thẳng xy ở D và E. Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng DE.

a) Chứng minh rằng tứ giác ADBO là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FC với đường tròn (O;R). Chứng minh rằng $\widehat{CED} = 2\widehat{AMB}$

c) Tính tích $MC \cdot BF$ theo R.

BÀI GIẢI

Bài 1:

a) Với x không âm ta có $\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$

b)
$$P = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + 1 \right) \left(\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 1 \right)$$
$$= \left(\frac{3+2\sqrt{2}}{1} \right) \left(\frac{3-2\sqrt{2}}{1} \right) = 9 - 8 = 1$$

Bài 2:

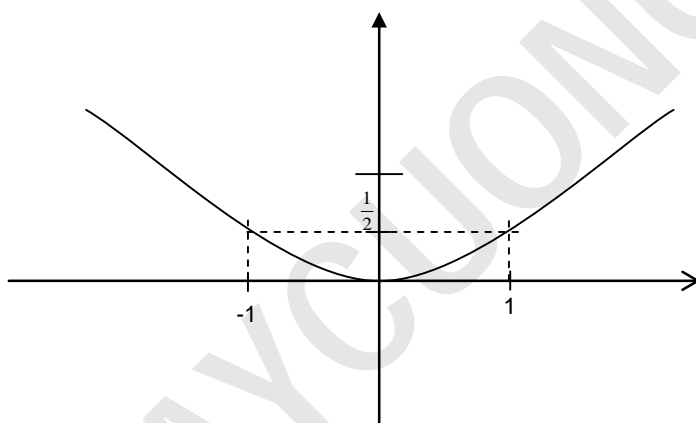
$$\begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ -x = -4 & (3) \text{ (pt(2) - 2pt(1))} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -7 \end{cases}$$

Bài 3:

a)



b)

Gọi $A(x_A, 0)$, $B(0, y_B)$

A nằm trên đường thẳng (1) nên $y_A = ax_A - 2 = 0 \Rightarrow ax_A = 2 \Rightarrow x_A = \frac{2}{a}$ ($a > 0$)

B nằm trên đường thẳng (1) nên $y_B = ax_B - 2 = a \cdot 0 - 2 \Rightarrow y_B = -2$

$$OB = 2OA \Leftrightarrow |y_B| = 2|x_A| \Leftrightarrow |-2| = 2 \left| \frac{2}{a} \right| \Rightarrow a = 2 \quad (a > 0)$$

Bài 4:

a) Khi $m = 4$ pt trở thành :

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -1 + 3 = 2 \text{ hay } x = -1 - 3 = -4 \text{ (do } \Delta' = 9)$$

b) $\Delta = (m-2)^2 + 8 > 0$ với mọi m . Vậy pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Do $x_1 x_2 = -8$ nên $x_2 = \frac{-8}{x_1}$

$$Q = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4) = (x_1^2 - 1)\left(\frac{64}{x_1^2} - 4\right) = 68 - 4\left(x_1^2 + \frac{16}{x_1^2}\right) \leq 68 - 4.8 = 36$$

(Do $x_1^2 + \frac{16}{x_1^2} \geq 8$). Ta có $Q = 36$ khi và chỉ khi $x_1 = \pm 2$

Khi $x_1 = 2$ thì $m = 4$, khi $x_1 = -2$ thì $m = 0$. Do đó ta có giá trị lớn nhất của $Q = 36$ khi và chỉ khi $m = 0$ hay $m = 4$.

Bài 5:

a) Ta có 2 góc $\widehat{DBC} = \widehat{DAO} = 90^\circ$

nên tứ giác ADBO nội tiếp

b) $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$ cùng chắn cung AB

mà $\widehat{CED} = \widehat{AOB}$ cùng bù với góc

\widehat{AOC} nên $\widehat{CED} = 2\widehat{AMB}$

c) Ta có FO là đường trung bình của hình

thang BCED nên $FO \parallel DB$

nên FO thẳng góc BC. Xét 2 tam giác vuông

FOC và BMC đồng dạng theo 2 góc bằng nhau

$$\text{Nên } \frac{MC}{OC} = \frac{BC}{FC} \Rightarrow$$

$$MC.FC = MC.FB = OC.BC = R.2R = 2R^2$$

ĐỀ THI VÀO 10 ĐÀ NẴNG 2012-2013

Bài 1: (2,0 điểm)

5) Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2) = 0$

6) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

Bài 2: (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}}$

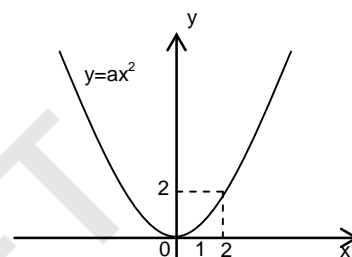
Bài 3: (1,5 điểm)

Biết rằng đường cong trong hình vẽ bên là một parabol $y = ax^2$.

1) Tìm hệ số a .

2) Gọi M và N là các giao điểm của đường thẳng

$y = x + 4$ với parabol. Tìm tọa độ của các điểm M và N .



Bài 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2x - 3m^2 = 0$, với m là tham số.

3) Giải phương trình khi $m = 1$.

4) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 và thỏa điều kiện $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3}$.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC , $B \in (O)$, $C \in (O')$. Đường thẳng BO cắt (O) tại điểm thứ hai là D .

1) Chứng minh rằng tứ giác $CO'OB$ là một hình thang vuông.

2) Chứng minh rằng ba điểm A, C, D thẳng hàng.

3) Từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (O') (E là tiếp điểm). Chứng minh rằng $DB = DE$.

BÀI GIẢI

Bài 1:

- $(x + 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$ hay $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = -2$
- $$\begin{cases} 2x + y = -1 & (1) \\ x - 2y = 7 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -15 & ((1) - 2(2)) \\ x = 7 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bài 2: $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 4$

Bài 3:

- Theo đồ thị ta có $y(2) = 2 \Rightarrow 2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$
- Phương trình hoành độ giao điểm của $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $y = x + 4$ là:
 $x + 4 = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hay $x = 4$
 $y(-2) = 2$; $y(4) = 8$. Vậy tọa độ các điểm M và N là $(-2; 2)$ và $(4; 8)$.

Bài 4:

- Khi $m = 1$, phương trình thành: $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3$ (có dạng $ax^2 + b + c = 0$)

- Với $x_1, x_2 \neq 0$, ta có: $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 3(x_1^2 - x_2^2) = 8x_1x_2 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) =$

$8x_1x_2$

Ta có: $a \cdot c = -3m^2 \leq 0$ nên $\Delta \geq 0, \forall m$

Khi $\Delta \geq 0$ ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -3m^2 \leq 0$

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm $\neq 0$ mà $m \neq 0 \Rightarrow \Delta > 0$ và $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2$

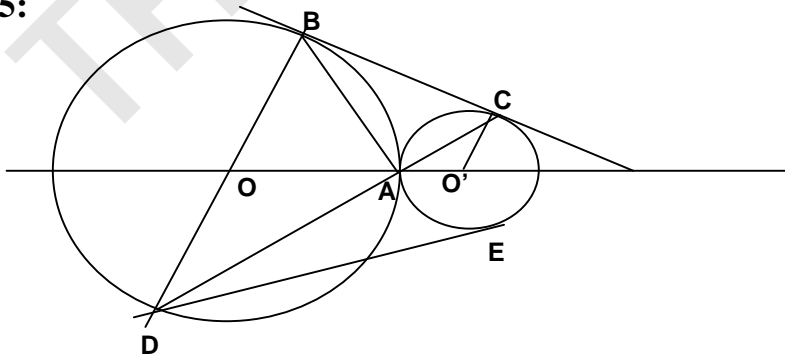
Với $a = 1 \Rightarrow x_1 = -b' - \sqrt{\Delta'}$ và $x_2 = -b' + \sqrt{\Delta'} \Rightarrow x_1 - x_2 = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{1 + 3m^2}$

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow 3(2)(-2\sqrt{1 + 3m^2}) = 8(-3m^2)$ và $m \neq 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1 + 3m^2} = 2m^2$ (hiển nhiên $m = 0$ không là nghiệm)

$\Leftrightarrow 4m^4 - 3m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1$ hay $m^2 = -1/4$ (loại) $\Leftrightarrow m = \pm 1$

Bài 5:



- 1) Theo tính chất của tiếp tuyến ta có $OB, O'C$ vuông góc với $BC \Rightarrow$ tứ giác $CO'OB$ là hình thang vuông.
- 2) Ta có góc $ABC =$ góc $BDC \Rightarrow$ góc $ABC +$ góc $BCA = 90^0 \Rightarrow$ góc $BAC = 90^0$
Mặt khác, ta có góc $BAD = 90^0$ (nội tiếp nửa đường tròn)
Vậy ta có góc $DAC = 180^0$ nên 3 điểm D, A, C thẳng hàng.
- 3) Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông DBC ta có $DB^2 = DA.DC$
Mặt khác, theo hệ thức lượng trong đường tròn (chứng minh bằng tam giác đồng dạng) ta có $DE^2 = DA.DC \Rightarrow DB = DE$

ĐỀ THI VÀO 10 ĐÀ NẴNG NĂM 2011-2012

Bài 1: (2,0 điểm)

7) Giải phương trình: $(2x + 1)(3 - x) + 4 = 0$

8) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$$

Bài 2: (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} \right) : \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m = 0$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 và thỏa điều kiện $x_1^2 = 4x_2^2$.

Bài 4: (1,5 điểm)

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm và mỗi đường chéo của nó có độ dài 10 cm. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật đó.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ AB (M không trùng với các điểm A và B).

a) Chứng minh rằng MD là đường phân giác của góc BMC.

b) Cho $AD = 2R$. Tính diện tích của tứ giác ABDC theo R

c) Gọi K là giao điểm của AB và MD, H là giao điểm của AD và MC. Chứng minh rằng ba đường thẳng AM, BD, HK đồng quy.

BÀI GIẢI

Bài 1:

a) $(2x + 1)(3 - x) + 4 = 0$ (1) $\Leftrightarrow -2x^2 + 5x + 3 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 7 = 0$ (2)

Phương trình (2) có $a - b + c = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm là

$$x_1 = -1 \text{ và } x_2 = \frac{7}{2}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 14x = 14 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ -4x = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} y = 7, y < 0 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bài 2: $Q = \left[\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1} \right] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = [\sqrt{3} + \sqrt{5}] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 1$

Bài 3:

a) $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$ (1)

$m=0$, (1) $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 2$

b) $\Delta' = 1 + 2m^2 > 0$ với mọi $m \Rightarrow$ phương trình (1) có nghiệm với mọi m

Theo Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = 2 - x_2$

Ta có: $x_1^2 = 4x_2^2 \Rightarrow (2 - x_2)^2 = 4x_2^2 \Leftrightarrow 2 - x_2 = 2x_2$ hay $2 - x_2 = -2x_2$

$\Leftrightarrow x_2 = 2/3$ hay $x_2 = -2$.

Với $x_2 = 2/3$ thì $x_1 = 4/3$, với $x_2 = -2$ thì $x_1 = 4$

$\Rightarrow -2m^2 = x_1 \cdot x_2 = 8/9$ (loại) hay $-2m^2 = x_1 \cdot x_2 = -8 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Bài 4: Gọi a, b là độ dài của 2 cạnh hình chữ nhật.

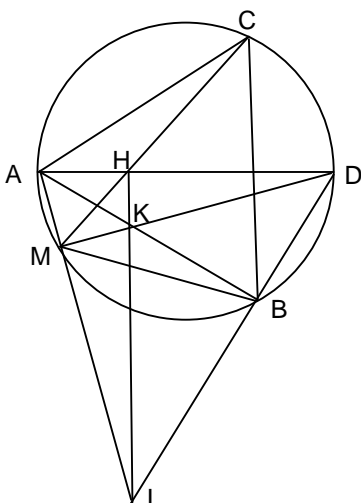
Theo giả thiết ta có: $a + b = 14$ (1) và $a^2 + b^2 = 10^2 = 100$ (2)

Từ (2) $\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 100$ (3). Thế (1) vào (3) $\Rightarrow ab = 48$ (4)

Từ (1) và (4) ta có a, b là nghiệm của phương trình: $X^2 - 14X + 48 = 0$

$\Rightarrow a = 8$ cm và $b = 6$ cm

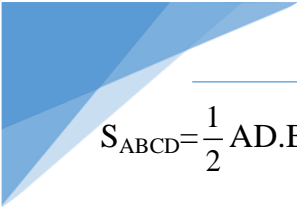
Bài 5:



a) Ta có: cung DC = cung DB chắn 60° nên góc $CMD = \text{góc } DMB = 30^\circ$

$\Rightarrow MD$ là phân giác của góc BMC

b) Xét tứ giác ABCD có 2 đường chéo AD và BC vuông góc nhau nên:



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} 2R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3}$$

c) Ta có góc $AMD = 90^\circ$ (chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn)

Tương tự: $DB \perp AB$, vậy K chính là trực tâm của ΔIAD (I là giao điểm của AM và DB)

Xét tứ giác AHKM, ta có:

góc $HAK =$ góc $HMK = 30^\circ$, nên dễ dàng \Rightarrow tứ giác này nội tiếp.

Vậy góc $AHK =$ góc $AMK = 90^\circ$

Nên KH vuông góc với AD

Vậy HK chính là đường cao phát xuất từ I của ΔIAD

Vậy ta có AM, BD, HK đồng quy tại I.

ĐỀ THI VÀO 10 ĐÀ NẴNG NĂM 2010-2011

Bài 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$

b) Tính $B = \sqrt{\sqrt{-1}^2} - \sqrt{3}$

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

Bài 3 (2,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và $y = x + 3$ có đồ thị (d).

a) Vẽ các đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) có hoành độ âm. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A và có hệ số góc bằng -1.

c) Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C, cắt trục hoành tại D. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B. Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABC và tam giác ABD.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho hai đường tròn (C) tâm O, bán kính R và đường tròn (C') tâm O', bán kính R' ($R > R'$) cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ tiếp tuyến chung MN của hai đường tròn ($M \in (C), N \in (C')$). Đường thẳng AB cắt MN tại I (B nằm giữa A và I).

a) Chứng minh rằng $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$

b) Chứng minh rằng $IN^2 = IA \cdot IB$

c) Đường thẳng MA cắt đường thẳng NB tại Q; đường thẳng NA cắt đường thẳng MB tại P. Chứng minh rằng MN song song với QP.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

a) Rút gọn biểu thức

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 10$$

b) Tính $B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$

Bài 2: (2 điểm)

a) Giải phương trình : $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$ (1)

Đặt $u = x^2 \geq 0$, pt (1) thành : $u^2 - 13u - 30 = 0$ (2)

(2) có $\Delta = 169 + 120 = 289 = 17^2$

Do đó (2) $\Leftrightarrow u = \frac{13-17}{2} = -2$ (loại) hay $u = \frac{13+17}{2} = 15$ Do đó (1) $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{15}$

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = -1 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \frac{1}{y} = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Bài 3: a) Đồ thị: học sinh tự vẽ

Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1; 2)$. (d) đi qua $(0;3)$, $(-1; 2)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1; x = 3/2.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(-1; 2)$, $(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}) \Rightarrow A(-1; 2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A có hệ số góc bằng -1 là :

$$y - 2 = -1(x + 1) \Leftrightarrow (\Delta) : y = -x + 1$$

c) Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C \Rightarrow C có tọa độ $(0; 1)$

Đường thẳng (Δ) cắt trục hoành tại D \Rightarrow D có tọa độ $(1; 0)$

Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B \Rightarrow B có tọa độ $(-3; 0)$

Vì $x_A + x_D = 2x_C$ và A, C, D thẳng hàng (vì cùng thuộc đường thẳng (Δ))

\Rightarrow C là trung điểm AD. 2 tam giác BAC và BAD có chung đường cao kẻ từ

đỉnh B và $AC = \frac{1}{2}AD$ Nên ta có $\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{2}$

Bài 4:

a) Trong đường tròn tâm O:

Ta có $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$ (cùng chắn cung \widehat{BM})

b) Trong đường tròn tâm O' :

Ta có $IN^2 = IA \cdot IB$

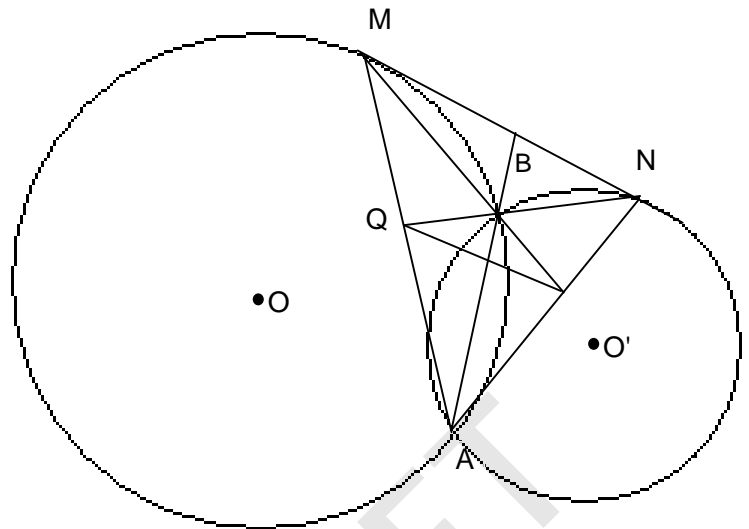
c) Trong đường tròn tâm O :

$$\widehat{MAB} = \widehat{BMN} \text{ (góc chắn cung } \widehat{BM} \text{)} \quad (1)$$

Trong đường tròn tâm O' :

$$\widehat{BAN} = \widehat{BNM} \text{ (góc chắn cung } \widehat{BN} \text{)} \quad (2)$$

Từ (1)&(2) $\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{BAN} + \widehat{MBN} = \widehat{BMN}$.



Nên tứ giác $APBQ$ nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{BAP} = \widehat{BQP} = \widehat{QNM}$ (góc nội tiếp và góc chắn cung)

mà \widehat{QNM} và \widehat{BQP} ở vị trí so le trong $\Rightarrow PQ \parallel MN$

ĐỀ THI VÀO 10 ĐÀ NẴNG 2009-2010

Bài 1. (3 điểm)

Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức K.
- b) Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$
- c) Tìm các giá trị của a sao cho $K < 0$.

Bài 2. (2 điểm) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 334 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình khi cho $m = 1$.
- b) Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm.

Bài 3. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây

MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

- a) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong một đường tròn.
- b) Chứng minh $\triangle AME$ và $\triangle ACM$ đồng dạng và $AM^2 = AE.AC$.
- c) Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$.
- d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 4. (1,5 điểm)

Người ta rót đầy nước vào một chiếc ly hình nón thì được 8 cm^3 . Sau đó người ta rót nước từ ly ra để chiều cao mực nước chỉ còn lại một nửa. Hãy tính thể tích lượng nước còn lại trong ly.

-----HẾT-----

BÀI GIẢI

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức K:

Điều kiện $a > 0$ và $a \neq 1$

$$\begin{aligned} K &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot (\sqrt{a}-1) = \frac{a-1}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b) Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$

Ta có: $a = 3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 + \sqrt{2}$

$$\text{Do đó: } K = \frac{3 + 2\sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2(1 + \sqrt{2})}{1 + \sqrt{2}} = 2$$

c) Tìm các giá trị của a sao cho $K < 0$.

$$K < 0 \Leftrightarrow \frac{a-1}{\sqrt{a}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 1$$

Bài 2.

a) Giải hệ khi $m = 1$.

Khi $m = 1$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 334 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 2y = 2004 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 3x - 2y = 2004 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2002 \\ y = 2001 \end{cases} \end{aligned}$$

b) Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm.

$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 334 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 1 \\ y = \frac{3}{2}x - 1002 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 1 \\ mx - 1 = \frac{3}{2}x - 1002 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 1 \\ \left(m - \frac{3}{2}\right)x = -1001 \end{cases} \quad (*)$$

Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Bài 3.

a) **Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp:**

Ta có: $\widehat{EIB} = 90^\circ$ (do $MN \perp AB$ ở I)

và $\widehat{ECB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tứ giác IECB có $\widehat{EIB} + \widehat{ECB} = 180^\circ$ nên nội tiếp được trong một đường tròn.

b) **Chứng minh $\Delta AME \sim \Delta ACM$ và $AM^2 = AE.AC$.**

+ Chứng minh $\Delta AME \sim \Delta ACM$

Ta có: $MN \perp AB \Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{AN} \Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{AMN}$

ΔAME và ΔACM có \widehat{A} chung, $\widehat{AME} = \widehat{ACM}$

Do đó: $\Delta AME \sim \Delta ACM$ (góc - góc)

+ Chứng minh $AM^2 = AE.AC$

Vì $\Delta AME \sim \Delta ACM$ nên $\frac{AM}{AC} = \frac{AE}{AM}$ hay $AM^2 = AC.AE$ (1)

c) **Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$.**

Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

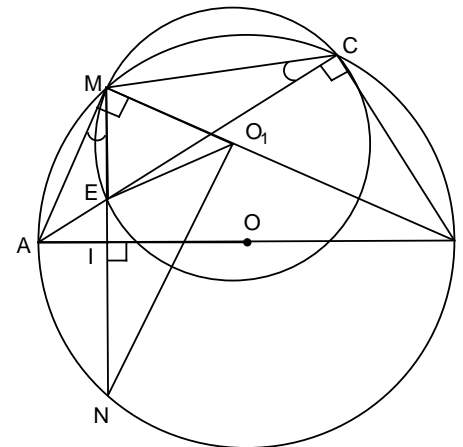
ΔAMB vuông ở M, $MI \perp AB$ nên $MI^2 = AI.IB$ (2)

Trừ (1) và (2) về theo về ta được: $AM^2 - MI^2 = AC.AE - AI.IB$.

Mà $AM^2 - MI^2 = AI^2$ (định lí Pi-ta-go cho tam giác MIA vuông ở I)

Suy ra : $AE.AC - AI.IB = AI^2$.

d) **Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn**



ngoại tiếp tam giác MCE là nhỏ nhất.

Gọi O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE.

Ta có $\widehat{AME} = \widehat{MCE}$ (chứng minh trên), mà $\widehat{MCE} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{ME}$ nên $\widehat{AME} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{ME}$

Suy ra: AM là tiếp tuyến của đường tròn (O_1) . Do đó: $MA \perp O_1M$, kết hợp với

$MA \perp MB$ suy ra O_1 thuộc đường thẳng MB.

Do đó: NO_1 ngắn nhất $\Leftrightarrow NO_1 \perp MB$, từ đó ta suy ra cách xác định vị trí điểm C như sau:

- Dụng $NO_1 \perp MB$ ($O_1 \in MB$).
- Dụng đường tròn $(O_1; O_1M)$. Gọi C là giao điểm thứ hai của đường tròn (O_1) và đường tròn (O)

Bài 4. (2 điểm)

Phần nước còn lại tạo thành hình nón có chiều cao bằng một nửa chiều cao của hình nón do 8cm^3 nước ban đầu tạo thành. Do đó phần nước còn lại có thể tích bằng $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ thể tích nước ban đầu. Vậy trong ly còn lại 1cm^3 nước.